



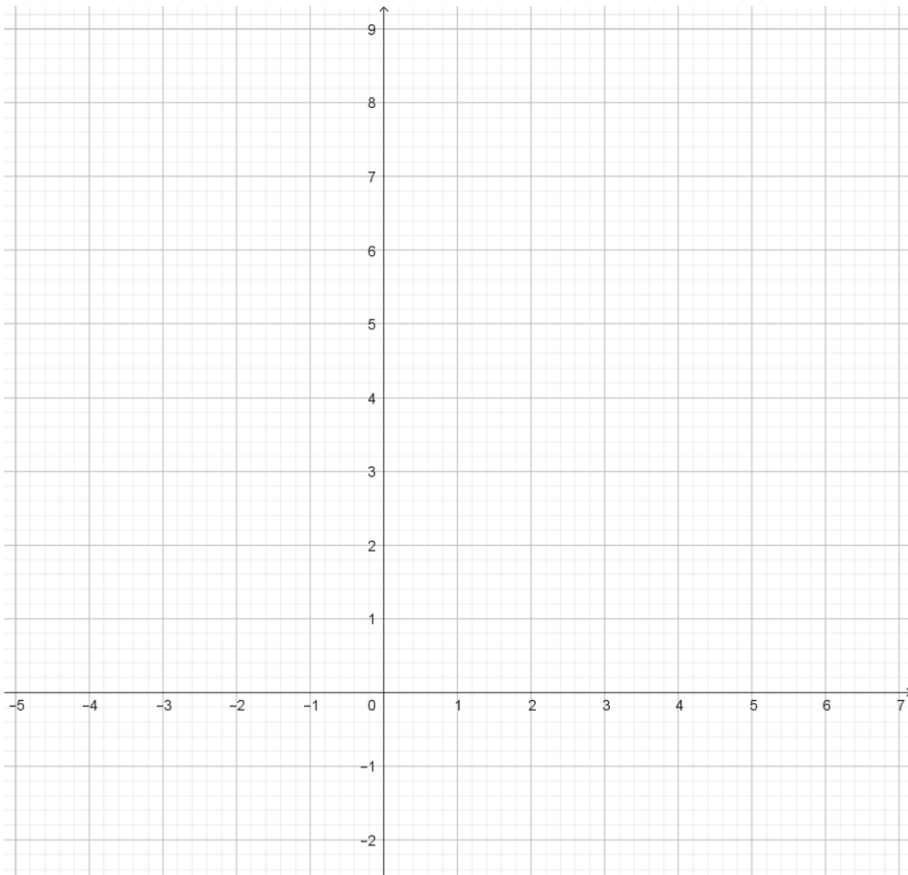
## MATHEMATIQUES N°1

Remarques : une copie commence avec un encart puis chaque exercice est identifié en écrivant et en soulignant à la règle « Exercice ... ». Les exercices peuvent alors être traités dans n'importe quel ordre.

### Exercice 1 : (4,5 points)

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = -0,5x^2 + x + 7,5$ . On note  $\mathcal{C}_f$  sa représentation graphique.

1. Déterminer les coordonnées du sommet de  $\mathcal{C}_f$ .
2. Donner l'équation de l'axe de symétrie de  $\mathcal{C}_f$ .
3. Soit A le point de coordonnées  $(-3 ; 0)$ . Vérifier que  $A \in \mathcal{C}_f$ .
4. Dédire des questions 2. et 3. les coordonnées d'un autre point de  $\mathcal{C}_f$ .
5. Tracer  $\mathcal{C}_f$  et son axe de symétrie dans le repère ci-dessous.



### Exercice 2 : (5,5 points)

Mettre les fonctions suivantes sous forme canonique.

1. En effectuant le travail à la main :  $f(x) = 5x^2 - 30x + 7$
2. En utilisant les formules :  $g(x) = 3x^2 - 2x + 5$

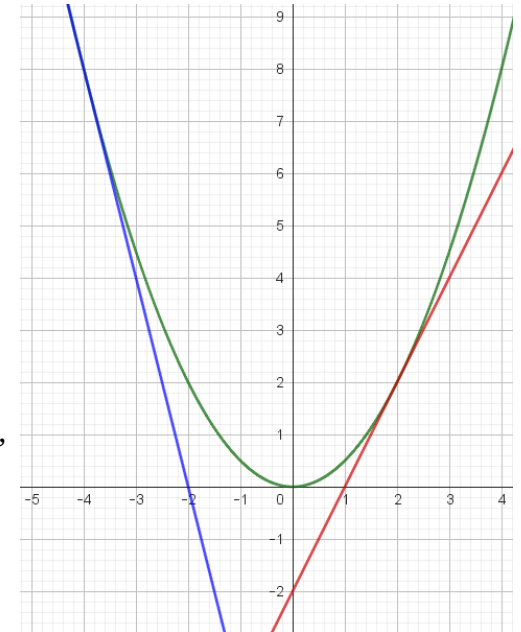
### Exercice 3 : (4 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3 - 5x^2$ .

La fonction  $f$  est-elle dérivable au point d'abscisse 1 ? Si oui, déterminer la valeur du nombre dérivé de  $f$  en 1.

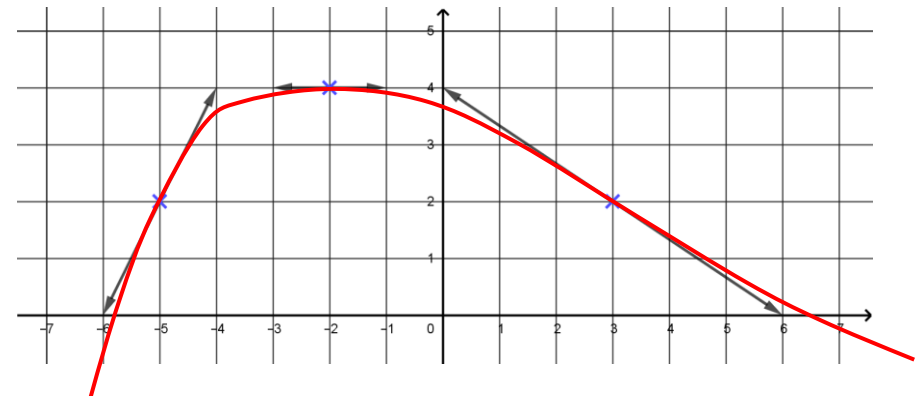
### Exercice 4 : (3,5 points)

1.  $f$  est une fonction du 2<sup>nd</sup> degré de sommet  $(4 ; -3)$ . Quelle est l'équation de sa tangente au point d'abscisse 4 ? Expliquer.
2. On a  $g(x) = 2x^2 - 3x + 5$ . On admet que  $g'(-2) = -11$  : déterminer l'équation de la tangente à  $\mathcal{C}_g$  au point d'abscisse  $-2$ .
3. a. Sur le graphique ci-contre, déterminer  $h'(-4)$ .  
b. Déterminer graphiquement l'équation de la tangente à  $\mathcal{C}_h$  au point d'abscisse 2.



### Exercice 5 : (2,5 points)

Déterminer par lecture graphique les équations des tangentes en  $-5$ , en  $-2$  et en 3. Aucune explication n'est demandée.



# MATHEMATIQUES N°1

## Exercice 1 : (4,5 points)

$$1. \alpha = \frac{-1}{2 \times (-0,5)} = \frac{-1}{-1} = 1$$

Le sommet a pour coordonnées (1 ; 8). (1,5)

2. L'équation de l'axe de symétrie est  $x = 1$ . (0,5)

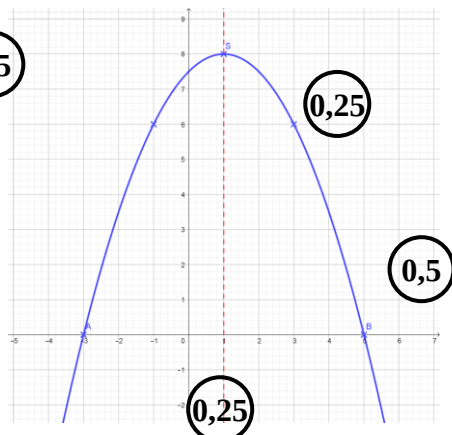
$$3. f(-3) = -0,5 \times (-3)^2 + (-3) + 7,5 = -0,5 \times 9 - 3 + 7,5 = 0$$

Donc A  $\in \mathcal{C}_f$ . (1)

4. Par symétrie, le point B(5 ; 0) appartient à  $\mathcal{C}_f$ . (0,5)

5. Il peut être judicieux d'ajouter deux points pour améliorer le tracé : (-1 ; 6) et son symétrique (3 ; 6) par exemple, ou (0 ; 7,5) et son symétrique (2 ; 7,5).

$$\begin{aligned} \beta &= f(1) \\ &= -0,5 \times 1^2 + 1 + 7,5 \\ &= -0,5 + 1 + 7,5 \\ &= 8 \end{aligned}$$



## Exercice 2 : (5,5 points)

$$\begin{aligned} 1. f(x) &= 5x^2 - 30x + 7 \\ &= 5(x^2 - 6x) + 7 \\ &= 5(x^2 - 6x + 9 - 9) + 7 \\ &= 5((x - 3)^2 - 9) + 7 \\ &= 5(x - 3)^2 - 45 + 7 \\ &= 5(x - 3)^2 - 38 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} 2. \alpha &= \frac{-(-2)}{2 \times 3} \quad \text{et} \quad \beta = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3} + 5 \\ &= \frac{1}{3} \quad \quad \quad = 3 \times \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + \frac{15}{3} \\ & \quad \quad \quad = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } g(x) = 3 \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{14}{3} \quad (2,5)$$

## Exercice 3 : (4 points)

$$\begin{aligned} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} &= \frac{3 - 5(1+h)^2 - (3 - 5 \times 1^2)}{h} \\ &= \frac{3 - 5(1 + 2h + h^2) - (3 - 5)}{h} \\ &= \frac{3 - 5 - 10h - 5h^2 - (-2)}{h} \\ &= \frac{-10h - 5h^2}{h} \\ &= \frac{h(-10 - 5h)}{h} = -10 - 5h \end{aligned} \quad (3)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} -10 - 5h = -10$$

Donc  $f$  est dérivable en 1 et  $f'(1) = -10$ . (1)

## Exercice 4 : (3,5 points)

1. En son sommet, une parabole a une tangente horizontale : son coefficient directeur vaut donc 0.

Donc  $f'(4) = 0$ .

D'où l'équation de la tangente :  $y = -3$ . (1)

$$\begin{aligned} 2. y &= -11(x - (-2)) + g(-2) \\ &= -11(x + 2) + 2 \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 5 \\ &= -11x - 22 + 2 \times 4 + 6 + 5 \\ &= -11x - 3 \end{aligned} \quad (1)$$

$$3. a. h'(-4) = -4 \quad (0,5)$$

$$b. y = 2x - 2 \quad (1)$$

## Exercice 5 : (2,5 points)

$$\mathcal{T}_{-5} : y = 2x + 12 \quad (1)$$

$$\mathcal{T}_{-2} : y = 4 \quad (0,5)$$

$$\mathcal{T}_3 : y = \frac{-2}{3}x + 4 \quad (1)$$