

## MATHEMATIQUES N°9

**Remarques** : beaucoup d'émotion pour ce dernier contrôle, j'en suis certain. Car c'est le tout dernier de l'année... On se concentre, et on s'applique !

### **Exercice 1** : (5 points)

- Résoudre l'inéquation :  $-2(8x - 4)(8 + x)(2 - 5x)^2 > 0$
- Résoudre l'inéquation :  $\frac{4x - 5}{(x + 2)(8 - 2x)} \leq 0$

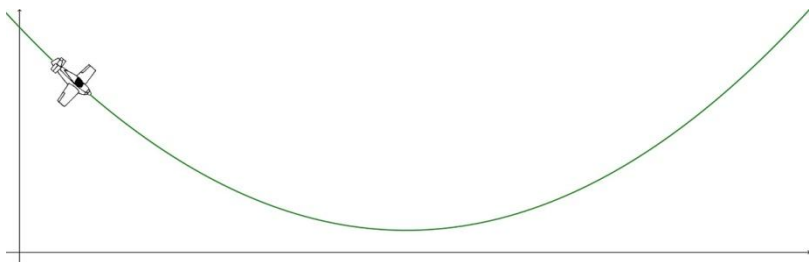
### **Exercice 2** : (4,5 points)

Un terrain d'aviation reçoit des spectateurs lors d'un meeting aérien.

Dans un repère (O, I, J), la position d'un avion est repérée par ses coordonnées. Le point O désigne l'entrée du terrain d'aviation et l'axe des abscisses correspond au sol.

La trajectoire de l'un des avions est la représentation graphique de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 0,025x^2 - 19x + 3\,630$ .

$x$  désigne donc la position de l'avion (en mètres) et  $f(x)$  son altitude (en mètres)



- Au-delà de 1 000 m d'altitude, on considère qu'un avion n'est pas suffisamment visible pour qu'un spectateur profite du spectacle. Un spectateur installé à 200 mètres de l'entrée du terrain profite-t-il correctement du spectacle ?
- a. Vérifier que  $0,025x^2 - 19x + 3\,600 = 0,025(x - 400)(x - 360)$   
b. Pour un spectateur, la visibilité est excellente dès lors que l'avion se trouve en-dessous de 30 mètres d'altitude. Vérifier que cela revient à résoudre  $0,025(x - 400)(x - 360) \leq 0$ ,  
c. Résoudre cette inéquation de manière à déterminer où un spectateur doit se positionner pour bénéficier de cette excellente visibilité.

### **Exercice 3** : (1,5 points)

Chaque semaine, un agriculteur propose en vente directe à chacun de ses clients un panier de produits frais qui contient une seule bouteille de jus de fruits. Dans un esprit de développement durable, il fait le choix de bouteilles en verre incassable et demande que, chaque semaine, le client rapporte sa bouteille vide.

On suppose que le nombre de clients de l'agriculteur reste constant.

Une étude statistique réalisée donne les résultats suivants :

- à l'issue de la première semaine, la probabilité qu'un client rapporte la bouteille de son panier est 0,9
- si le client a rapporté la bouteille de son panier une semaine, alors la probabilité qu'il ramène la bouteille du panier la semaine suivante est 0,95
- si le client n'a pas rapporté la bouteille de son panier une semaine, alors la probabilité qu'il ramène la bouteille du panier la semaine suivante est 0,2

On choisit au hasard un client parmi la clientèle de l'agriculteur.

On note  $R_1$  l'évènement « Le client rapporte la bouteille de son panier de la 1<sup>ère</sup> semaine » et  $R_2$  l'évènement « Le client rapporte la bouteille de son panier de la 2<sup>ème</sup> semaine ».

Modéliser la situation étudiée pour les deux premières semaines à l'aide d'un arbre pondéré qui fera intervenir les évènements  $R_1$  et  $R_2$ .

### **Exercice 4** : (3 points) 🎁

Adrien est en retard ce matin. Pour gagner du temps, il tire au hasard successivement deux chaussettes (propres...) dans son tiroir dont voici la composition :

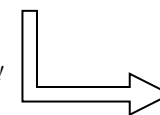


Cela lui permet d'avoir deux chaussettes à mettre...

On note  $B_1$  l'évènement « La 1<sup>ère</sup> chaussette obtenue est blanche » et  $N_2$  l'évènement « La 2<sup>ème</sup> chaussette obtenue est noire ». (idem pour  $B_2$  et  $N_1$ )

- Dessiner l'arbre de probabilités pondéré correspondant à cette situation.
- Calculer la probabilité qu'Adrien tire deux chaussettes de la même couleur. On donnera sa valeur exacte puis un pourcentage arrondi à l'unité.

Tourner la page, c'est pas fini !



**Exercice 5 :** (1,5 points)

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif. L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif. Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.

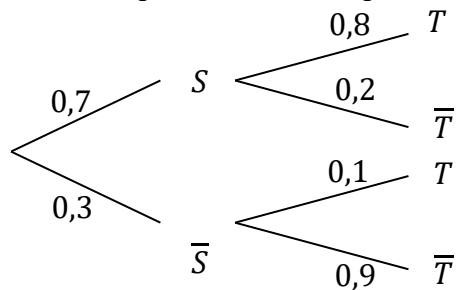
On interroge un élève au hasard dans le lycée.

On considère les évènements suivants :

$S$  : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

$T$  : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

On donne l'arbre de probabilité correspondant à cette situation :



1. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
2. Montrer que la probabilité  $p(T)$  de l'évènement  $T$  est 0,59. (autrement dit, il faut calculer cette probabilité, et à la fin, on trouve 0,59 si on ne s'est pas trompé)

**Exercice 6 :** (4,5 points)

M et Mme Touille ont prévenu leur fils Sacha : « Si tes notes en maths ne sont pas toutes supérieures à 12 ce trimestre, tu passeras tout le prochain trimestre sans téléphone portable ! »

Si le 1<sup>er</sup> contrôle est coefficient 4 et le second coefficient 6, Sacha aura 13,4 de moyenne.

Si le 1<sup>er</sup> contrôle est coefficient 3 et le second coefficient 5, Sacha aura 13,5 de moyenne.

1. Ecrire un système permettant de déterminer les notes de Sacha. On ne demande pas de le résoudre...

2. Résoudre le système suivant : 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 67 \\ 3x + 5y = 108 \end{cases}$$

3. a. Sacha sera-t-il puni ?  
b. Autre chose à signaler ?

**Bonus :**

Si jamais certains ont tout terminé... (cela rapporte TRÈS peu de points, car c'est un bonus)

Résoudre le système suivant 
$$\begin{cases} 2x - 6y = 10 \\ -3x + 9y = -15 \end{cases}$$

# MATHEMATIQUES N°9

Corrigé

### Exercice 1 : (5 points)

On a :

$8x - 4 = 0$	$2 - 5x = 0$	$8 + x = 0$
$8x = 4$	$2 = 5x$	$x = -8$
$x = \frac{4}{8} = 0,5$	$\frac{2}{5} = x = 0,4$	

$x$	$-\infty$	$-8$	$0,4$	$0,5$	$+\infty$
$-2$	-	-	-	-	-
$8x - 4$	-	-	-	0	+
$8 + x$	-	0	+	+	+
$(2 - 5x)^2$	+	+	0	+	+
$f(x)$	-	0	+	0	-

Solution :  $x \in ]-8; 0,4[ \cup ]0,4; 0,5[$  (2,5)

2° On a :

$4x - 5 = 0$	VI : $x + 2 = 0$	VI : $8 - 2x = 0$
$4x = 5$	$x = -2$	$8 = 2x$
$x = \frac{5}{4}$		$4 = x$

$x$	$-\infty$	$-2$	$5/4$	$4$	$+\infty$
$4x - 5$	-	-	0	+	+
$x + 2$	-	0	+	+	+
$8 - 2x$	+	+	+	0	-
$f(x)$	+	-	0	+	-

Solution :  $x \in ]-2; \frac{5}{4}] \cup ]4; +\infty[$  (2,5)

### Exercice 2 : (4,5 points)

1° Lorsque le spectateur est à 200 m, l'altitude de l'avion est :

$$\begin{aligned}
 f(200) &= 0,025 \times 200^2 - 19 \times 200 + 3\,630 \\
 &= 1\,000 - 3\,800 + 3\,630 \\
 &= 830
 \end{aligned}$$

Le spectateur peut donc bien profiter du spectacle. (0,5)

2. a.  $0,025(x - 400)(x - 360) = 0,025(x^2 - 360x - 400x + 144\,000)$   
 $= 0,025x^2 - 9x - 10x + 3\,600$   
 $= 0,025x^2 - 19x + 3\,600$  (0,5)

2. b. On doit résoudre  $f(x) \leq 30$

$$\begin{aligned}
 0,025x^2 - 19x + 3\,630 &\leq 30 \\
 0,025x^2 - 19x + 3\,630 - 30 &\leq 0 \\
 0,025x^2 - 19x + 3\,600 &\leq 0 \\
 0,025(x - 400)(x - 360) &\leq 0 \text{ d'après 2. a. } (1)
 \end{aligned}$$

2. c. Résolvons cette inéquation :

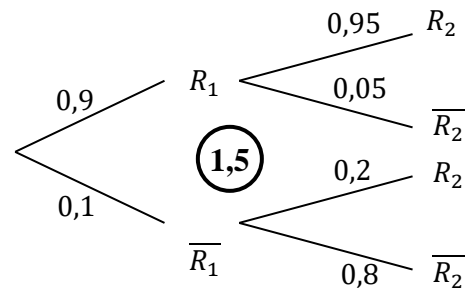
$$\begin{aligned}
 x - 400 &= 0 & x - 360 &= 0 \\
 x &= 400 & x &= 360
 \end{aligned}$$

$x$	$-\infty$	$360$	$400$	$+\infty$
$x - 400$	-	-	0	+
$x - 360$	-	0	+	+
$f(x)$	+	0	-	0

Il faut donc se positionner entre 360 et 400 m de l'entrée du terrain d'aviation pour bénéficier de cette excellente visibilité.

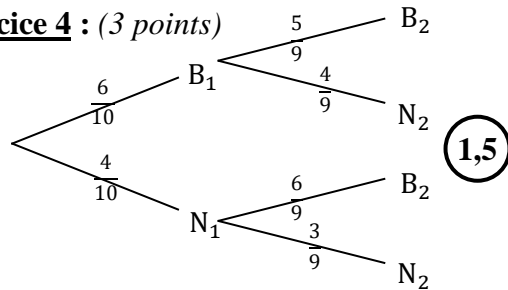
(2,5)

### Exercice 3 : (1,5 points)



**Exercice 4 : (3 points)**

1.



$$2. p(B_1 \cap B_2) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{30}{90} \quad \text{et} \quad p(N_1 \cap N_2) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{12}{90}$$

La probabilité qu'Adrien obtienne deux chaussettes de la même couleur

$$\text{est donc de } \frac{30}{90} + \frac{12}{90} = \frac{42}{90} \text{ soit environ } 47\%. \quad (1,5)$$

**Exercice 5 : (1,5 points)**

1.  $P(S \cap T) = 0,7 \times 0,8$

$= 0,56$

(0,5)

2.  $p(T) = 0,56 + 0,3 \times 0,1$

$= 0,56 + 0,03$

$= 0,59$

(1)

**Exercice 6 : (4,5 points)**1. Je note  $x$  la note du 1<sup>er</sup> contrôle de Sacha et  $y$  celle du 2<sup>nd</sup> contrôle.

Avec la première version de coefficients, on a :

$$\frac{4x + 6y}{10} = 13,4$$

Autrement dit,  $4x + 6y = 13,4 \times 10 = 134$ 

Avec la seconde version de coefficients, on a :

$$\frac{3x + 5y}{8} = 13,5$$

Autrement dit,  $3x + 5y = 13,5 \times 8 = 108$ 

$$\text{D'où le système } \begin{cases} 4x + 6y = 134 \\ 3x + 5y = 108 \end{cases} \quad (1,5)$$

$$2. \begin{cases} 2x + 3y = 67 & (\times 3) & \begin{cases} 6x + 9y = 201 \\ 6x + 10y = 216 \end{cases} \\ 3x + 5y = 108 & (\times 2) & \end{cases}$$

$$L_2 - L_1 : 10y - 9y = 216 - 201$$

$y = 15$

$L_1 : 2x + 3 \times 15 = 67$

$2x + 45 = 67$

$2x = 67 - 45$

$2x = 22$

$$L_1 : x = \frac{22}{2} = 11 \quad (2,75)$$

3. a. Le système résolu correspond à la première question : les notes de Sacha sont donc 11 et 15, et il sera puni. (0,25)

b. Le nom complet de Sacha est Sacha Touille 😊 (+0,25)

**Bonus :**

$$\begin{cases} 2x - 6y = 10 & (:2) & \begin{cases} x - 3y = 5 \\ x - 3y = 5 \end{cases} \\ -3x + 9y = -15 & (:-3) & \end{cases}$$

On a finalement une seule équation :  $x - 3y = 5$ Il y a donc une infinité de solutions, et elles forment une droite, la droite d'équation cartésienne  $x - 3y - 5 = 0$ .

Idéalement, il faudrait passer en équation réduite :

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$$

Ces solutions sont de la forme  $\left(x ; \frac{-5}{3} + \frac{1}{3}x\right)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ 

(1)