

MATHÉMATIQUES N°5

Remarques : un contrôle rapide pour les plus efficaces... mais cela ne doit pas empêcher de rédiger un peu les réponses ! Les exercices peuvent être faits dans n'importe quel ordre.

Exercice 1 : (6,5 points)

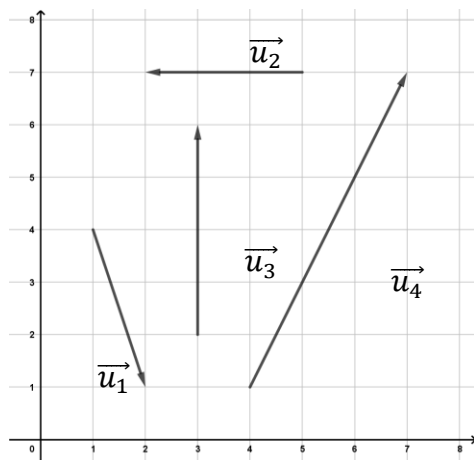
1. Je place de l'argent à la banque à 2% d'intérêts annuels. Quelle sera l'évolution globale de l'argent placé au bout de 20 ans ?
2. Quelle même baisse doit-on pratiquer deux années consécutives pour obtenir une baisse globale de 20% ?
3. Mister D propose une baisse de 25% des notes. Mais face à la contestation, il décide alors de remonter les notes de 30%. La contestation va-t-elle se poursuivre ? Expliquer.
4. Quelle est l'évolution réciproque d'une augmentation de 60% ?

Exercice 2 : (1 points)

Par lecture graphique, donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$ et $\vec{u}_4$:

$$\vec{u}_1 \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix} \quad \vec{u}_2 \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$$

$$\vec{u}_3 \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix} \quad \vec{u}_4 \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$$



Exercice 3 : (2,5 points)

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on donne $L(2; -5)$, $I(-6; 1)$ et $A(-2; 3)$. Déterminer les coordonnées de M pour que LIAM soit un parallélogramme. On expliquera bien évidemment la démarche / le raisonnement / les calculs...

Exercice 4 : (1,5 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on donne $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $5\vec{u} - 3\vec{v}$.
2. Calculer $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$

Exercice 5 : (4,5 points)

Aucune explication n'est demandée : on répondra donc directement aux questions suivantes, en simplifiant les réponses.

- 1° a. Résoudre l'équation $x^2 = 7$
b. Résoudre l'équation $x^2 = -36$
- 2° a. Résoudre l'inéquation $x^2 \geq 72,25$
b. Résoudre l'inéquation $x^2 < 19,36$
- 3° a. Résoudre l'équation $\frac{1}{x} = 5$
b. Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} > 0,5$
c. Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} \geq \frac{-3}{7}$

Exercice 6 : (4 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, soient $C(-3; -2)$, $H(-1; 2)$, $A(5; -1)$ et $T(3; -5)$ trois points.

1. Démontrer que CHAT est un parallélogramme.
2. a. Quelle est la nature du triangle CHA ?
b. Que peut-on en déduire ?

- Bonus** :
- a. Comment un géologue peut-il affirmer que le cours d'une rivière a changé il y a 2 000 004 ans ?
 - b. L'augmentation du nombre de cigognes en Alsace coïncide avec l'augmentation de la natalité : peut-on en déduire que ce sont bien les cigognes qui apportent les bébés ?
 - c. Si 90% des accidents de voiture surviennent à moins de 5 km de chez soi, cela signifie-t-il qu'il faut rapidement sortir de cette zone ?
 - d. Compléter cette citation : « Il existe trois sortes de mensonges : les ..., les ... et les ... »

MATHEMATIQUES N°5

Exercice 1 : (6,5 points)

1. Chaque année, on multiplie par 1,02.

Or $1,02^{20} \approx 1,4859$

En 20 ans, l'augmentation globale sera de 48,59 %. (1,5)

2. Je note x le coefficient correspondant la baisse cherchée :

$$x \times x = 0,8$$

$$x^2 = 0,8$$

$$x = \sqrt{0,8} \approx 0,8944 \text{ (car } x > 0)$$

$$1 - 0,8944 = 0,1056$$

Il faut pratiquer une baisse d'environ 10,56 % deux années consécutives. (2)

$$3. 0,75 \times 1,30 = 0,975$$

Cela représente une baisse de 2,5% : la contestation risque de se poursuivre... (1,5)

$$4. 1,60 \times x = 1$$

$$x = \frac{1}{1,60} = 0,625$$

L'évolution réciproque est donc une baisse de 37,5%. (1,5)

Exercice 2 : (1 points)

$$\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} (0,25)$$

$$\vec{u}_2 \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} (0,25)$$

$$\vec{u}_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} (0,25)$$

$$\vec{u}_4 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} (0,25)$$

Exercice 3 : (2,5 points)

Notons $M(x; y)$.

Pour que LIAM soit un parallélogramme, il faut que $\vec{LI} = \vec{MA}$ par exemple.

$$\vec{LI} \begin{pmatrix} -6-2 \\ 1-(-5) \end{pmatrix} \vec{LI} \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{MA} \begin{pmatrix} -2-x \\ 3-y \end{pmatrix}$$

$$\text{On doit donc avoir } \begin{cases} -8 = -2-x \\ 6 = 3-y \end{cases}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} x = -2+8 = 6 \\ y = 3-6 = -3 \end{cases}$$

$$\text{Donc } M(6; -3) (2,5)$$

Exercice 4 : (1,5 points)

$$1. 5\vec{u} - 3\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \times 4 - 3 \times (-5) \\ 5 \times (-2) - 3 \times 1 \end{pmatrix}$$

$$5\vec{u} - 3\vec{v} \begin{pmatrix} 20+15 \\ -10-3 \end{pmatrix}$$

$$5\vec{u} - 3\vec{v} \begin{pmatrix} 35 \\ -13 \end{pmatrix} (0,5)$$

$$2. \|\vec{u}\|^2 = 4^2 + (-2)^2 \text{ et } \|\vec{v}\|^2 = (-5)^2 + 1^2$$

$$= 16 + 4 = 20$$

$$= 25 + 1 = 26$$

$$\text{Donc } \|\vec{u}\| = \sqrt{20} \text{ et } \|\vec{v}\| = \sqrt{26} (1)$$

Exercice 5 : (4,5 points)

$$1^\circ \text{ a. } x = \sqrt{7} \text{ ou } x = -\sqrt{7} (0,75)$$

b. Il n'y a pas de solution car un carré est toujours positif ! (0,25)

$$2^\circ \text{ a. } x \in]-\infty; -8,5] \cup [8,5; +\infty[(0,75) \text{ b. } x \in]-4,4; 4,4[(0,75)$$

$$3^\circ \text{ a. } x = \frac{1}{5} = 0,2 (0,75)$$

$$\text{b. } x \in]0; 2[(0,25)$$

$$\text{c. } x \in \left] -\infty; -\frac{7}{3} \right] \cup]0; +\infty[(1)$$

Exercice 6 : (4 points)

$$1. \vec{CH} \begin{pmatrix} -1-(-3) \\ 2-(-2) \end{pmatrix} \vec{CH} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{TA} \begin{pmatrix} 5-3 \\ -1-(-5) \end{pmatrix} \vec{TA} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Donc $\vec{CH} = \vec{TA}$: CHAT est bien un parallélogramme (1)

2. a. Calculons les longueurs de ses côtés.

$$CH^2 = (-1-(-3))^2 + (2-(-2))^2$$

$$= 2^2 + 4^2$$

$$= 4 + 16$$

$$= 20$$

$$HA^2 = (5-(-1))^2 + (-1-2)^2$$

$$= 6^2 + (-3)^2$$

$$= 36 + 9$$

$$= 45$$

$$AC^2 = (-3-5)^2 + (-2-(-1))^2$$

$$= (-8)^2 + (-1)^2$$

$$= 64 + 1$$

$$= 65$$

On observe que $AC^2 = CH^2 + HA^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle CHA est donc rectangle en H. (2,5)

b. On peut en déduire que CHAT est en fait un rectangle. (0,5)

Bonus : a. Il a lu dans un magazine datant de 4 ans que le cours de la rivière avait changé il y a 2 000 000 d'années. (+0,25)

b. Non : lorsque la population des villes augmente, le nombre de nids de cigognes augmente, et le nombre de naissances aussi. (+0,25)

c. Non : c'est juste que la plus grande partie du temps, on conduit près de chez soi... (+0,25)

d. Les mensonges, les sacrés mensonges et les statistiques. (+0,5)