

Thalès

et l'ombre de la pyramide

En mesurant une ombre, il est possible de calculer la hauteur d'un bâtiment. D'après certains ouvrages, Thalès de Milet fut le premier à utiliser ce principe sept siècles avant Jésus-Christ, pour déterminer la hauteur de la pyramide de Khéops. Légende ou réalité ?

L'ombre de Thalès plane toujours sur la grande pyramide.

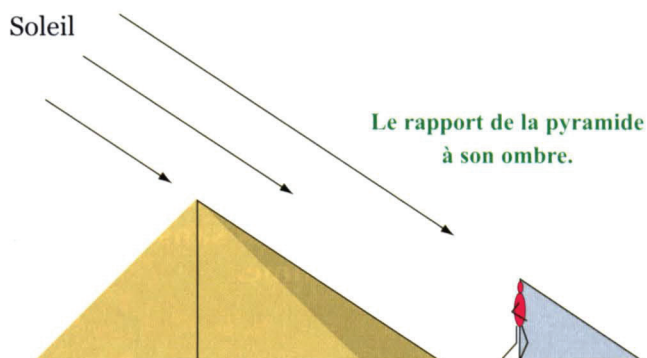
Selon la légende, Thalès de Milet (environ 626-547 av. J.-C.) visita les pyramides lors d'un voyage en Égypte. Alors qu'il admirait celle de Khéops, le pharaon de l'époque le défia d'en trouver la hauteur. Thalès la détermina-t-il effectivement en appliquant une méthode fondée sur « son » théorème ? Nous n'en avons aucune certitude. Peu importe ! Il est certain qu'Hiéronyme de Rhodes la connaissait quand il raconta cette histoire quatre siècles plus tard.

Rapport d'ombres

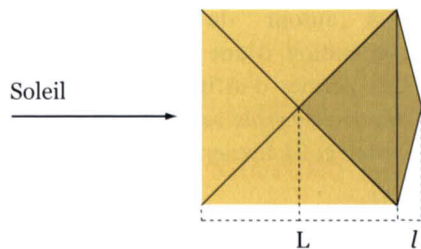
La légende nous révèle ces paroles de Thalès : « *Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui de la pyramide avec la sienne.* »

En calculant la hauteur de Thalès, la longueur de son ombre et de celle de la pyramide, on obtient donc la hauteur de la pyramide à partir de la formule :

$$\text{Hauteur}_{\text{Pyramide}} = \frac{\text{Hauteur}_{\text{Thalès}}}{\text{Longueur}_{\text{ombre Thalès}}} \cdot \text{Longueur}_{\text{ombre Pyramide}}$$



Malheureusement, comme le centre de la pyramide n'est pas accessible, il est impossible de mesurer directement la longueur de son ombre. On peut cependant la calculer quand les rayons sont perpendiculaires à l'un des côtés. Les pyramides étant orientées plein sud pour des raisons religieuses, cela est possible tous les jours à midi, heure solaire du lieu.

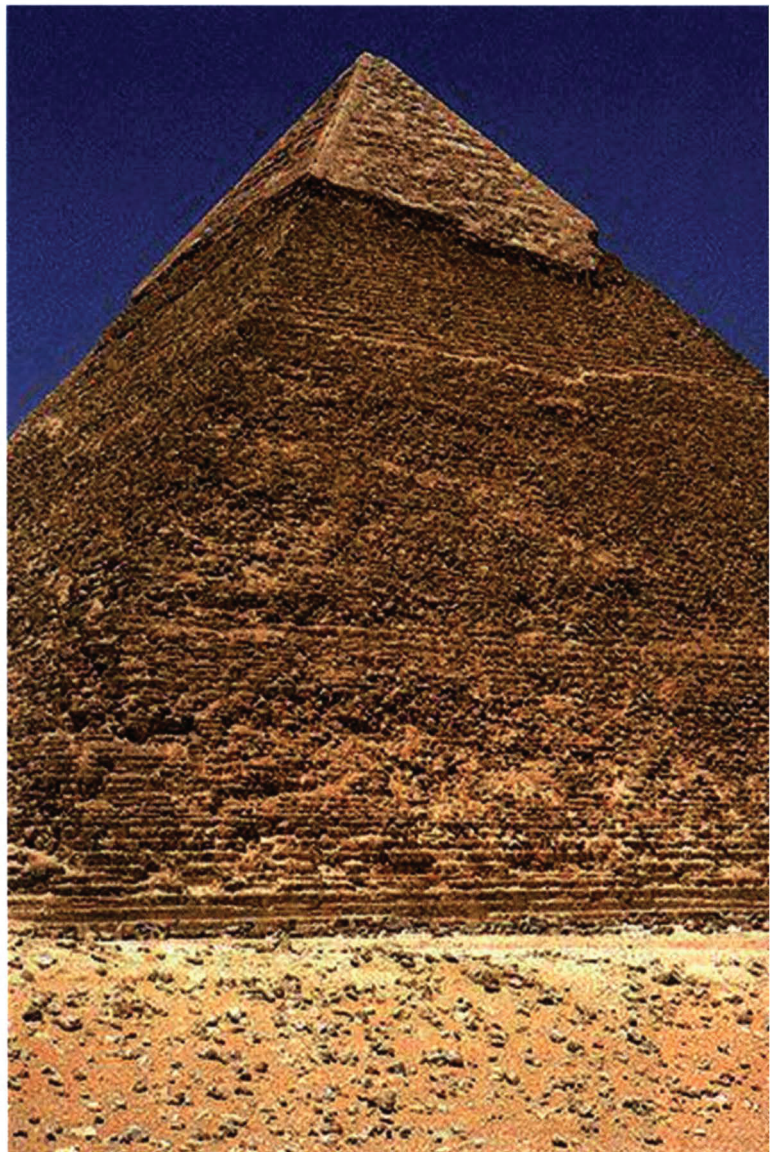


L'ombre de la pyramide à midi

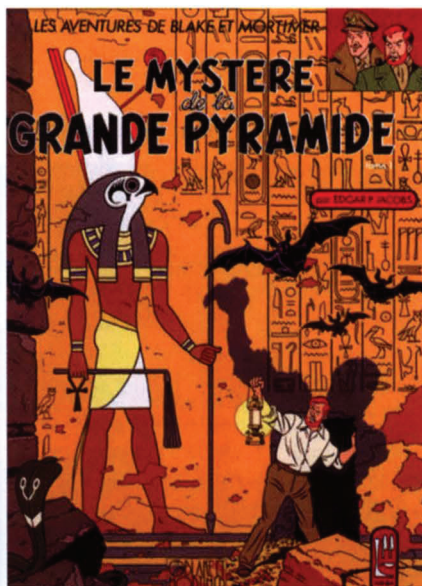
Il suffit alors de mesurer la longueur d'un côté L et celle l de l'ombre à partir du côté nord. La longueur cherchée est donnée par la formule :

$$\text{Longueur ombre}_{\text{Pyramide}} = l + \frac{L}{2}.$$

Pour que cette mesure soit réalisable, le soleil ne doit pas être trop haut dans le ciel à midi afin que son ombre dépasse le côté nord. Plus précisément, son angle avec l'horizon doit être inférieur à celui de la pyramide, c'est-à-dire à 50 degrés environ. La latitude de la pyramide étant égale à 30 degrés, la hauteur du soleil à midi aux équinoxes est de $90 - 30 = 60$ degrés. Pour les autres dates, il faut tenir compte de la déclinaison solaire, c'est-à-dire de l'angle que ses rayons font



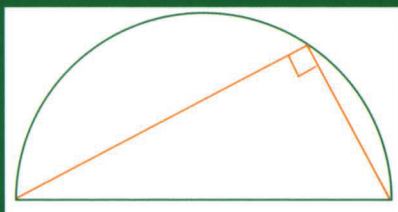
La pyramide de Khéops.



avec l'équateur. Nous savons qu'elle varie entre $\pm 23,5$ degrés du solstice d'hiver à celui d'été. Ainsi, la hauteur du soleil à midi est de $36,5$ degrés le 21 décembre. Bien sûr, la variation de la déclinaison n'est pas linéaire mais, en première approximation, nous pouvons le supposer. Nous obtenons alors -10 degrés ($23,5$ divisé par 2 environ) un mois et demi avant le solstice. L'événement cherché se produit ainsi pendant un peu plus de trois

Nom d'un théorème !

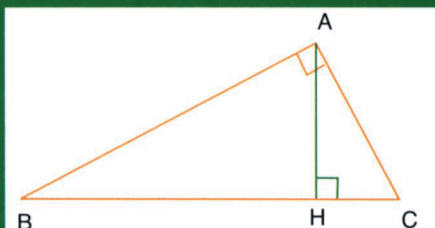
En Allemagne et dans les pays anglo-saxons, le théorème portant le nom de Thalès concerne les angles inscrits dans un demi-cercle :



Théorème de Thalès anglo-saxon :
un angle inscrit dans un demi-cercle est droit.

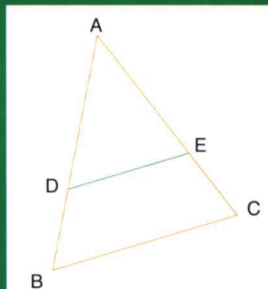
Ce théorème est très probablement dû à Thalès.

En Suisse, son nom est associé à un théorème concernant la hauteur dans un triangle rectangle :



Théorème de Thalès, version suisse :
 $AH^2 = BH \cdot HC$.

Il est douteux que Thalès soit à l'origine de ce théorème. Le théorème de Thalès français n'a non plus rien à voir avec Thalès. Il n'apparaît d'ailleurs dans les ouvrages scolaires qu'à la fin du XIX^e siècle, époque où l'on a commencé à nommer les théorèmes suivant leurs « auteurs ». Depuis, cette composante historique des mathématiques est de plus en plus appréciée mais reste souvent agréablement fantaisiste.



Théorème de Thalès français :
si (BC) et (DE) sont parallèles
alors $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$.

mois autour du 21 décembre. L'utilisation d'une table d'éphémérides permet d'affiner ce calcul : la période favorable se situe entre les 21 octobre et 21 février.

La mesure de Thalès

L'histoire de Thalès est à la fois plus simple mathématiquement et plus compliquée astronomiquement. Sans doute ne connaissait-il pas le théorème qui porte aujourd'hui son nom (voir l'encadré *Nom d'un théorème*). Selon la légende, il constata que l'ombre d'un bâton était égale à sa hauteur. La conclusion est alors facile : la hauteur est égale à la longueur de l'ombre. La mesure est donc possible quand la déclinaison solaire est égale à -15 degrés exactement c'est-à-dire les 2 novembre et 8 février. Une marge d'erreur de 1 % sur la longueur de l'ombre permet un jour d'écart, une marge de 5 %, cinq jours. Dans ce cas, 22 jours de l'année sont possibles pour cette belle histoire. Légende ou réalité ? Peu importe, il reste que, comme celles de Blake et Mortimer, l'ombre de Thalès plane toujours sur la grande pyramide.

H.L.

