

MATHÉMATIQUES N°2

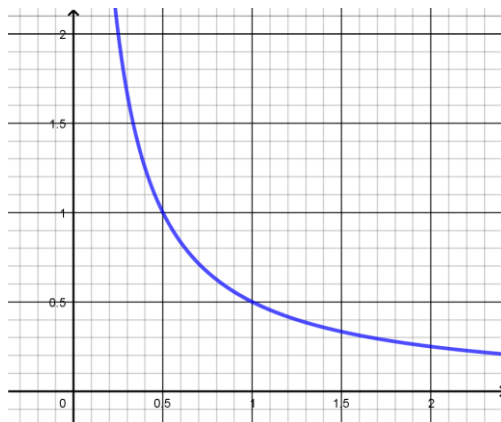
Remarques : Merci d'accorder un soin particulier à la présentation et à la rédaction des calculs.

Exercice 1 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$

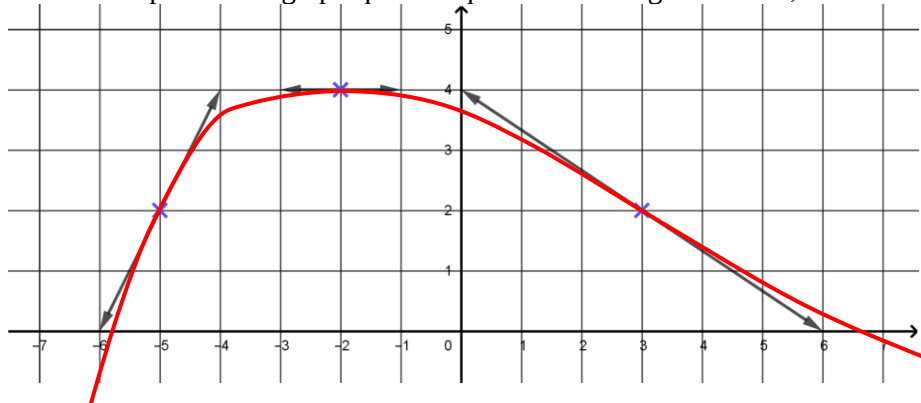
par $g(x) = \frac{1}{2x}$.

1. a. Vérifier que $g'(1) = -0,5$.
b. Déterminer l'équation de la tangente $\mathcal{T}_1$ à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 1
2. Sur le graphique ci-contre :
a. Tracer $\mathcal{T}_1$.
b. Tracer la droite d'équation $y = -2x + 2$. Que peut-on conjecturer ?



Exercice 2 : (2,5 points)

Déterminer par lecture graphique les équations des tangentes en -5, en -2 et en 3.



Exercice 3 : (5 points)

Deux urnes sont notées U_1 et U_2 . Chacune contient cinq boules. L'urne U_1 contient deux boules blanches et trois boules noires, et l'urne U_2 contient une boule blanche et quatre boules noires.

On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

Si le résultat du dé est 6, alors on tire une boule dans l'urne U_1 ; et sinon, on tire une boule dans l'urne U_2 . On gagne lorsqu'on obtient une boule blanche.

On note S « Le résultat du dé est 6 » et B « On tire une boule blanche ».

1. Donne sous forme de fraction irréductible $p(S)$, $p(\bar{S})$, $p_S(B)$ et $p_S(\bar{B})$.
2. Construire un arbre pondéré décrivant le jeu.

3. Montrer que la probabilité de gagner à ce jeu est $\frac{7}{30}$

4. Un joueur a gagné : quelle est la probabilité que la boule tirée provienne de U_1 ?

5. Les événements B et S sont-ils indépendants ?

Exercice 4 : (6 points)

Chaque semaine, un agriculteur propose en vente directe à chacun de ses clients un panier de produits frais qui contient une seule bouteille de jus de fruits. Dans un esprit de développement durable, il fait le choix de bouteilles en verre incassable et demande que, chaque semaine, le client rapporte sa bouteille vide.

On suppose que le nombre de clients de l'agriculteur reste constant.

Une étude statistique réalisée donne les résultats suivants :

- à l'issue de la première semaine, la probabilité qu'un client rapporte la bouteille de son panier est 0,9
- si le client a rapporté la bouteille de son panier une semaine, alors la probabilité qu'il ramène la bouteille du panier la semaine suivante est 0,95
- si le client n'a pas rapporté la bouteille de son panier une semaine, alors la probabilité qu'il ramène la bouteille du panier la semaine suivante est 0,2

On choisit au hasard un client parmi la clientèle de l'agriculteur.

On note R_1 l'évènement « Le client rapporte la bouteille de son panier de la 1^{ère} semaine » et R_2 l'évènement « Le client rapporte la bouteille de son panier de la 2^{ème} semaine ».

1. Modéliser la situation étudiée pour les deux premières semaines à l'aide d'un arbre pondéré qui fera intervenir les évènements R_1 et R_2 .
2. Déterminer la probabilité que le client rapporte ses bouteilles des paniers de la première et de la deuxième semaine.
3. Montrer que la probabilité que le client rapporte la bouteille du panier de la deuxième semaine est égale à 0,875.
4. Sachant que le client a rapporté la bouteille de son panier de la deuxième semaine, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas rapporté la bouteille de son panier de la première semaine ? On arrondira le résultat à 10^{-3} .

Exercice 5 : (1,5 points)

On donne $p(A) = 0,4$; $p(B) = 0,2$; $p_B(A) = 0,6$. Déterminer $p_A(B)$.

Bonus : a. Quels exemples illustrent la première page ?

b. Que signifie IMC ? Et comment se calcule-t-il ?

c. Que signifie IPC ? Que permet-il de mesurer ?

d. A 50 km/h, quelle distance parcourt une voiture avant que l'on commence à freiner, à cause du temps de réaction ? Et si on téléphone en roulant... ?

e. Si on double sa vitesse, la distance de freinage est multipliée par... ?

f. On peut noter une fonction $f(x)$ ou $f(t)$: on dit que la variable est ...

Corrige

MATHEMATIQUES N°2

Exercice 1 : (5 points)

$$1. a. \frac{g(1+h) - g(1)}{h} = \frac{\frac{1}{2(1+h)} - \frac{1}{2 \times 1}}{h}$$

$$= \left(\frac{1}{2(1+h)} - \frac{1+h}{2(1+h)} \right) \times \frac{1}{h}$$

$$= \left(\frac{1-1-h}{2(1+h)} \right) \times \frac{1}{h}$$

$$= \frac{-h}{2(1+h)} \times \frac{1}{h}$$

$$= \frac{-1}{2(1+h)}$$

$$g'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{2(1+h)} = -0,5$$

Donc $g'(1) = -0,5$ (2,5)

$$b. T_1 : y = g'(1)(x-1) + g(1)$$

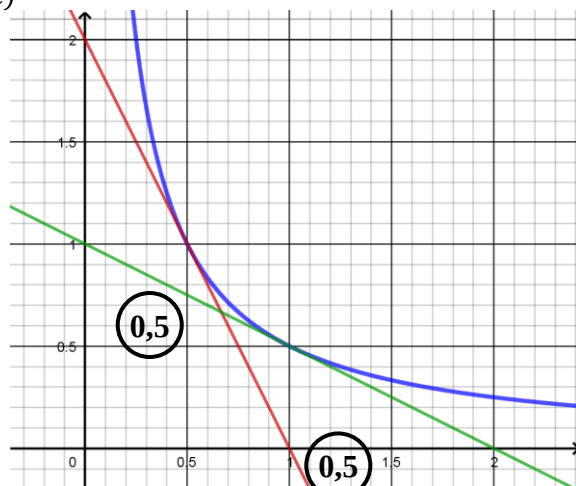
$$= -0,5(x-1) + \frac{1}{2}$$

$$= -0,5x + 0,5 + \frac{1}{2}$$

$$= -0,5x + 1$$
 (1,25)

2. a. T_1 est en vert

b. On peut conjecturer que c'est la tangente au point d'abscisse 0,5. (0,25)



Exercice 2 : (2,5 points)

$$T_{-5} : y = 2x + 12$$
 (1)

$$T_2 : y = \frac{-2}{3}x + 4$$
 (1)

$$T_{-2} : y = 4$$
 (0,5)

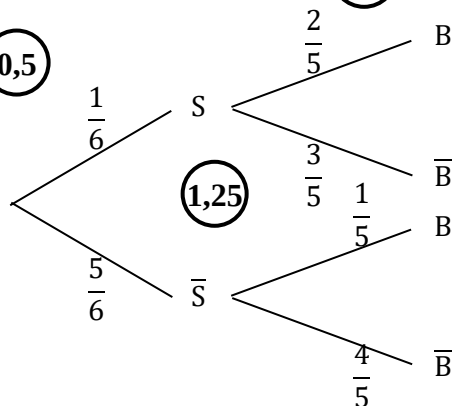
Exercice 3 : (5 points)

$$1. p(S) = \frac{1}{6}$$
 (1)

$$p(\bar{S}) = \frac{5}{6}$$

$$p_S(B) = \frac{2}{5}$$

$$p_S(\bar{B}) = \frac{3}{5}$$



$$3. p(B) = \frac{1}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{2}{30} + \frac{5}{30}$$

$$= \frac{7}{30}$$
 (1)

$$4. p_B(S) = \frac{p(B \cap S)}{p(B)}$$

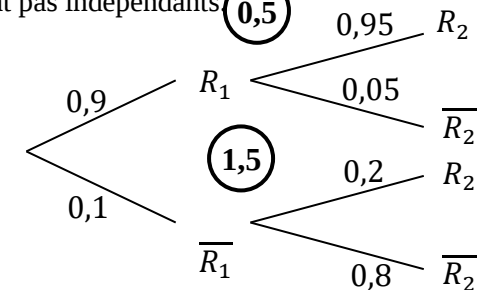
$$= \frac{\frac{1}{6} \times \frac{2}{5}}{\frac{7}{30}}$$

$$= \frac{2}{30} \times \frac{30}{7} = \frac{2}{7}$$
 (1,25)

5. $p_B(S) \neq p(S)$: B et S ne sont pas indépendants (0,5)

Exercice 4 : (6 points)

1.



$$2. p(R_1 \cap R_2) = 0,9 \times 0,95$$

$$= 0,855$$

La probabilité que le client rapporte ses bouteilles des paniers de la première et de la deuxième semaine est de 0,855 (1)

$$3. p(R_2) = 0,9 \times 0,95 + 0,1 \times 0,2$$

$$= 0,875$$
 (1,5)

$$4. p_{R_2}(\bar{R}_1) = \frac{p(\bar{R}_1 \cap R_2)}{p(R_2)}$$

$$= \frac{0,1 \times 0,2}{0,875}$$

$$\approx 0,023$$
 (2)

Exercice 5 : (1,5 points)

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

$$= \frac{p_B(A) \times p(B)}{p(A)}$$

$$= \frac{0,6 \times 0,2}{0,4}$$

$$= 0,3$$
 (1,5)

- Bonus :**
- a. Satisfaction théâtre-cinéma / Vol d'argent dans des manteaux au théâtre. (+0,125 x2)
 - b. Indice de masse corporelle / Masse en kg sur taille au carré en m. (+0,125 x2)
 - c. Indice des prix à la consommation / Pour mesurer l'inflation. (+0,125 x2)
 - d. 14 m / 28 m (+0,25)
 - e. La distance de freinage est multipliée par 4. (+0,25)
 - f. Muette (+0,25)