

MATHEMATIQUES N°1

Remarques : rien de nouveau dans ce 1^{er} contrôle : tous les exercices ont déjà été faits d'une manière ou d'une autre en classe. Merci de soigner la présentation / le soin / la rédaction. Et parce que lire les consignes est également important, écris sans poser de questions le mot rhinoféroce au tout début de ta copie.

Exercice 1 : (3 points)

Indiquer pour chacune des fonctions suivantes s'il s'agit ou non de fonctions trinômes. Lorsque c'est le cas, préciser les valeurs de a , b et c .

1. $f(x) = 5(x + 1)^2 - 7$
2. $g(x) = (2x + 5)^2 - (3 - 2x)^2$
3. $h(x) = 2(3 - x)^2 - (3 - x)(3 - 4x)$

Exercice 2 : (3,5 points)

Mettre sous forme canonique les fonctions suivantes :

1. En effectuant le travail à la main : $f(x) = 3x^2 + 42x + 130$
2. En utilisant les formules : $g(x) = 5x^2 - 30x + 25$

Exercice 3 : (1,5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 12x - 7$.

1. Donner le tableau de variations de f .
2. La courbe représentative de f est-elle convexe ou concave ?

Exercice 4 : (3,5 points) Extrait du DS de 2023

1. Je suis une fonction trinôme. Mon sommet a pour coordonnées $(-3 ; 5)$ et je passe par le point de coordonnées $(-2 ; 3)$.
En indiquant le raisonnement, déterminer cette fonction et donner la réponse finale sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$.
2. Je suis une fonction du second degré g , de sommet $(2 ; 7)$ et passant par le point de coordonnées $(0 ; 9)$. Sans déterminer explicitement la fonction g , dire si g est concave ou convexe ; et expliquer.

Exercice 5 : (3,5 points)

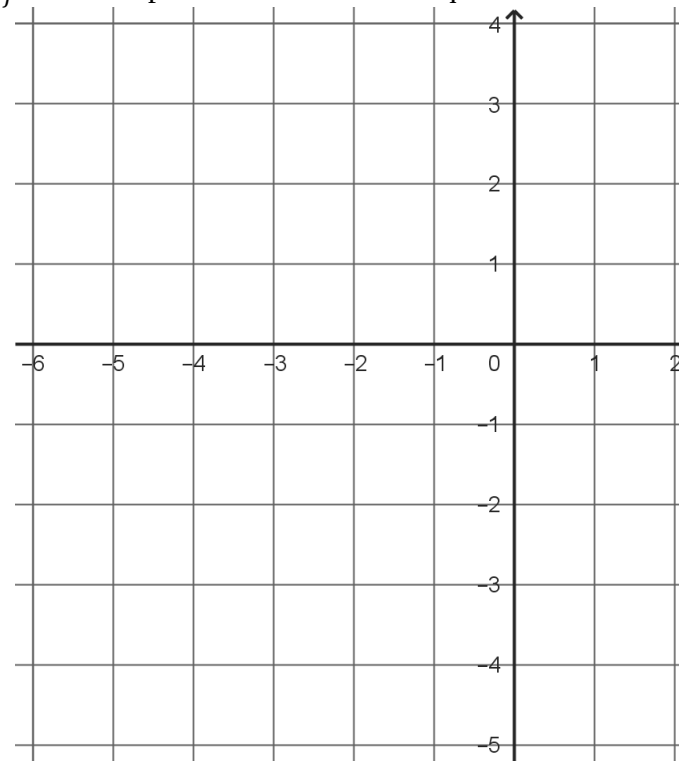
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$.

f est-elle dérivable au point d'abscisse 2 ? Si oui, déterminer la valeur du nombre dérivé de f en 2.

Exercice 6 : (5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,5x^2 + 2x - 2,5$. Sa représentation graphique est une parabole notée $\mathcal{C}_f$.

1. Déterminer les coordonnées du sommet de $\mathcal{C}_f$.
2. Donner l'équation de l'axe de symétrie de $\mathcal{C}_f$.
3. Le point de coordonnées $(-5 ; 1)$ appartient-il à $\mathcal{C}_f$?
4. Tracer $\mathcal{C}_f$ dans le repère ci-dessous en indiquant les éventuels calculs.



Bonus : (+1,75 points)

1. Quel philosophe a écrit le discours de la méthode ?
2. Selon ce philosophe, quel est le meilleur moyen d'éviter les erreurs de jugement ?
3. Au-delà des mathématiques, que recherche-t-il avec cette méthode ?
4. Combien de règles régissent le discours de la méthode ?
5. Peux-tu en citer une ?
6. Quel est le principe fondamental de ce philosophe, en latin ?
7. Calculer $f(-3 + x)$ avec la fonction f de l'exercice 5.

MATHEMATIQUES N°1

Exercice 1 : (3 points)

$$\begin{aligned} 1. f(x) &= 5(x+1)^2 - 7 \\ &= 5(x^2 + 2x + 1) - 7 \\ &= 5x^2 + 10x + 5 - 7 \\ &= 5x^2 + 10x - 2 \end{aligned}$$

D'où $a = 5$, $b = 10$ et $c = -2$. (1)

$$\begin{aligned} 2. g(x) &= (2x+5)^2 - (3-2x)^2 \\ &= 4x^2 + 20x + 25 - (9 - 12x + 4x^2) \\ &= 4x^2 + 20x + 25 - 9 + 12x - 4x^2 \\ &= 32x + 16 \end{aligned}$$

Il ne s'agit pas d'une fonction trinôme. (0,75)

$$\begin{aligned} 3. h(x) &= 2(3-x)^2 - (3-x)(3-4x) \\ &= 2(9 - 6x + x^2) - (9 - 12x - 3x + 4x^2) \\ &= 18 - 12x + 2x^2 - 9 + 12x + 3x - 4x^2 \\ &= -2x^2 + 3x + 9 \end{aligned}$$

D'où $a = -2$, $b = 3$ et $c = 9$. (1,25)

Exercice 2 : (3,5 points)

$$\begin{aligned} 1. f(x) &= 3x^2 + 42x + 130 \\ &= 3(x^2 + 14x + 49 - 49) + 130 \\ &= 3((x+7)^2 - 49) + 130 \\ &= 3(x+7)^2 - 147 + 130 \\ &= 3(x+7)^2 - 17 \end{aligned}$$

$$2. \alpha = \frac{-(-30)}{2 \times 5} = 3 \quad \text{et} \quad \beta = 5 \times 3^2 - 30 \times 3 + 25 = -20$$

Donc $g(x) = 5(x-3)^2 - 20$ (1,75)

Exercice 3 : (1,5 points)

$$1. \alpha = \frac{-12}{2 \times (-2)} = 3 \quad \text{et} \quad \beta = -2 \times 3^2 + 12 \times 3 - 7 = 11$$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		11	

(1,25)

2. f est concave. (0,25)

Exercice 4 : (3,5 points)

1. On a $f(x) = a(x+3)^2 + 5$ car le sommet est $S(-3; 5)$ (1)

$$\text{De plus, } f(-2) = a(-2+3)^2 + 5 = 3$$

$$a \times 1 + 5 = 3$$

$$a = 3 - 5 = -2$$
 (1)

$$\begin{aligned} \text{D'où } f(x) &= -2(x+3)^2 + 5 \\ &= -2(x^2 + 6x + 9) + 5 \\ &= -2x^2 - 12x - 18 + 5 \\ &= -2x^2 - 12x - 13 \end{aligned}$$

(1)

2. L'ordonnée du sommet est 7 et un point de la courbe a pour ordonnée 9 : le sommet n'indique donc pas un maximum puisque $9 > 7$. g est donc convexe. (0,5)

Exercice 5 : (3,5 points)

$$\begin{aligned} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} &= \frac{3(2+h)^2 - 5(2+h) + 7 - (3 \times 2^2 - 5 \times 2 + 7)}{h} \\ &= \frac{3(4 + 4h + h^2) - 10 - 5h + 7 - (12 - 10 + 7)}{h} \\ &= \frac{12 + 12h + 3h^2 - 10 - 5h + 7 - 9}{h} \\ &= \frac{3h^2 + 7h}{h} \\ &= \frac{h(3h + 7)}{h} \\ &= 3h + 7 \end{aligned}$$

(2,5)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 3h + 7 = 3 \times 0 + 7 = 7$$

(0,5)

f est dérivable au point d'abscisse 2 et $f'(2) = 7$. (0,5)

Exercice 6 : (5 points)

$$1. \alpha = \frac{-2}{2 \times 0,5} = -2 \quad \text{et} \quad \beta = 0,5 \times (-2)^2 + 2 \times (-2) - 2,5 = -4,5$$

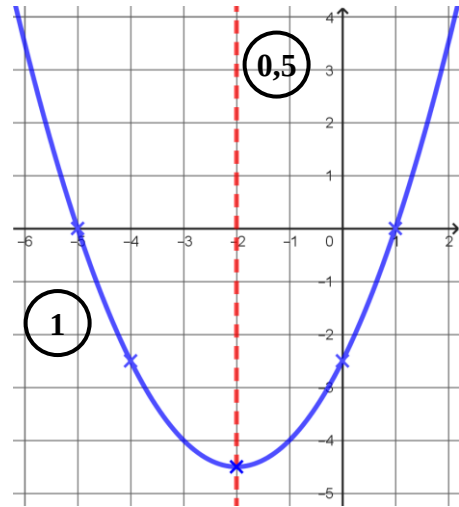
Le sommet de $\mathcal{C}_f$ a pour coordonnées $(-2; -4,5)$. (1)

2. L'équation de l'axe de symétrie est $x = -2$. (0,5)

$$3. f(-5) = 0,5 \times (-5)^2 + 2 \times (-5) - 2,5 = 0$$

Donc $(-5; 1)$ n'appartient pas à $\mathcal{C}_f$. (1)

4. D'après 3., on peut placer $(-5 ; 0)$ et son symétrique $(1 ; 0)$. De plus, $f(0) = -2,5$ ce qui permet de placer $(0 ; -2,5)$ et son symétrique $(-4 ; -2,5)$. 1



Bonus : (+1,75 points)

1. Descartes. +0,25

2. Le doute. +0,25

3. La Vérité. +0,25

4. Quatre. +0,25

5. La règle d'évidence *ou* d'analyse *ou* de l'ordre *ou* du dénombrement. +0,25

6. *Cogito, ergo sum.* +0,25

$$\begin{aligned}
 7. \quad f(-3+x) &= f(x-3) = 3(x-3)^2 - 5(x-3) + 7 \\
 &= 3(x^2 - 6x + 9) - 5x + 15 + 7 \\
 &= 3x^2 - 18x + 27 - 5x + 15 + 7 \\
 &= 3x^2 - 23x + 49
 \end{aligned}$$

+0,25