

DROITES & PLANS

1 Déterminer une représentation paramétrique de la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

1. A(3 ; 5 ; -2) et $\vec{u}(3 ; 2 ; -1)$
2. A(2 ; 0 ; -2) et $\vec{u}(3 ; -5 ; 0)$

2 Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

1. A(3 ; -1 ; 0) et B(5 ; 2 ; -3)
2. A(1 ; 2 ; -2) et B(6 ; -4 ; 3)

3 Déterminer une représentation paramétrique de la droite d passant par A(5 ; 2 ; -1) et parallèle à (BC) avec B(4 ; -3 ; 1) et C(0 ; 5 ; 7).

4 Soit d la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -5 + t \\ y = 8 - 7t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}$$

1. Le point A(-4 ; 1 ; 3) appartient-il à d ?
2. Donner les coordonnées d'un autre point de d , ainsi que celles d'un vecteur directeur de d .
3. La droite d est-elle parallèle à d' de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 3 - 14k \\ z = 5 + 4k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{R} ?$$

5 Soit d la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 4 - 2k \\ y = 1 + k \\ z = -9 + 3k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{R}$$

Déterminer les coordonnées de E, F et G, points d'intersection respectifs entre d et les plans :

1. (0 ; $\vec{i}$, $\vec{j}$)
2. (0 ; $\vec{i}$, $\vec{k}$)
3. (0 ; $\vec{j}$, $\vec{k}$)

6 Soit d et d' les droites de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 8 - t \\ y = -6 + 2t \\ z = 15 + t \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R} \text{ et } \begin{cases} x = -2 + 4k \\ y = 6 - 6k \\ z = 1 + 2k \end{cases} \text{ où } k \in \mathbb{R}$$

Démontrer que les droites d et d' sont sécantes en un point A dont on déterminera les coordonnées.

7 Soit d et d' les droites de représentations paramétriques :

$$\begin{cases} x = 3 + k \\ y = -2 + 3k \\ z = 2k \end{cases} \text{ où } k \in \mathbb{R} \text{ et } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 4t \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

Démontrer que d et d' ne sont pas coplanaires.

8 La droite d passe par le point A(1 ; 1 ; 0) et admet pour vecteur directeur $\vec{u}(-1 ; 1 ; -1)$. La droite d' passe par le point B(0 ; 1 ; -1) et admet pour vecteur directeur $\vec{v}(1 ; 2 ; 1)$.

1. Montrer que $\overrightarrow{AB}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires.
2. Justifier qu'alors d et d' sont sécantes.
3. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

9 Soit d la droite passant par A(2 ; 2 ; -2) et de vecteur directeur $\vec{u}(6 ; -1 ; 2)$.

Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point B(11 ; -18 ; 2) sur d .

10 Soit d la droite passant par K(1 ; -1 ; 10) et de vecteur directeur $\vec{u}(3 ; 4 ; -5)$.

Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point R(0 ; 6 ; -5) sur la droite d .

11 On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation :

$$2x + 3y - 2z + 1 = 0$$

Parmi les points ci-dessous, déterminer ceux qui appartiennent à $\mathcal{P}$.

1. A(-2 ; 5 ; 6)
2. B(7 ; 3 ; 12)
3. C(5 ; -2 ; 4)

12 Soit A (-2 ; 7 ; 3) un point de l'espace et $\vec{n}(-2 ; 4 ; -5)$ un vecteur.

1. Déterminer une équation du plan $\mathcal{P}$ passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$.
2. Soit B(4 ; 1 ; 9). Déterminer une équation du plan médiateur $\mathcal{P}'$ du segment [AB].

13 Soit A(1 ; 3 ; -2) un point de l'espace et $\vec{n}(-1 ; 9 ; 1)$ un vecteur. Déterminer une équation du plan $\mathcal{P}$ passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$.

14 Soit les points de l'espace A(1 ; 9 ; 3) et B(-2 ; -7 ; 5). Déterminer une équation du plan $\mathcal{P}$ passant par A et de vecteur normal $\overrightarrow{AB}$.

15 Soit les points A(9 ; 3 ; 1), B(-11 ; 7 ; 5) et C(5 ; 8 ; 3).

1. Vérifier que A, B et C définissent un plan.
2. Démontrer que $\vec{n}(1 ; -2 ; 7)$ est normal à (ABC).
3. En déduire une équation du plan (ABC).
4. Les points D(5 ; -20 ; -5) et E(3 ; 4 ; 1) appartiennent-ils au plan (ABC) ?

16 Soit d la droite dont une représentation paramétrique est

$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 4 \\ z = 1 + 3t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminer une équation du plan $\mathcal{P}$ passant par le point A(9 ; 1 ; -1) et perpendiculaire à d .

17 Déterminer une équation du plan $\mathcal{P}$, parallèle au plan $\mathcal{P}'$ d'équation $4x + 11y - 2z + 1 = 0$ et passant par le point A(4 ; -4 ; 1).

18 ABCDEFGH est un cube.

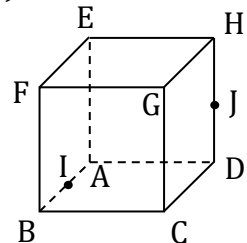
Le point I est le milieu de [AB] et le point J est le milieu de [DH].

On se place dans le repère orthonormé (A ; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$).

1. Déterminer les coordonnées des points I, J et G.
2. Justifier que les points I, J et G définissent un plan.
3. a. Démontrer que $\vec{n}(2 ; 3 ; -4)$ est un vecteur normal au plan (IJG).
b. En déduire une équation du plan (IJG).

19 Soit A(-2 ; -1 ; 1), B(4 ; -1 ; -2) et C(-1 ; 1 ; -1) trois points de l'espace et $\mathcal{P}$ le plan d'équation cartésienne $2x + 3y + 4z + 3 = 0$.

1. Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
2. a. Démontrer que $\mathcal{P}$ est le plan (ABC).
b. En déduire un vecteur normal au plan (ABC).



20 On considère les points $A(-1; 2; 7)$, $B(3; 3; 2)$ et $C(0; 3; 8)$.

- Démontrer que A, B et C définissent un plan.
- Démontrer que $\vec{n}(2; -3; 1)$ est normal à (ABC).

21 Soit les points $A(-2; 1; 0)$, $B(1; 3; 1)$ et $C(3; 0; 3)$.

- Démontrer que A, B et C définissent un plan.
- Démontrer que $\vec{n}(-7; 4; 13)$ est normal à (ABC).

22 Soit $A(6; 1; 6)$ un point et $\mathcal{P}$ le plan d'équation cartésienne $5x + 2y + 4z - 11 = 0$.

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point A sur le plan $\mathcal{P}$.

23 Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $-2x + y = 0$ et B le point de coordonnées $(2; -1; -1)$. On désigne par H le projeté orthogonal de B sur $\mathcal{P}$. Déterminer les coordonnées du point H.

24 On considère les points $A(8; -1; 3)$, $B(19; 10; 4)$ et le vecteur $\vec{n}(2; 2; 1)$. On note $\mathcal{P}$ le plan passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$.

- Démontrer que $H(9; 0; -1)$ appartient à $\mathcal{P}$.
- Démontrer que H est le projeté orthogonal de B sur $\mathcal{P}$.
 - En déduire la distance du point B au plan $\mathcal{P}$.
- Soit $C(9; 6; 7)$.
 - Justifier que C est le projeté orthogonal de H sur la droite (BC).
 - Calculer la distance de H à (BC).

25 On considère les points $A(4; 5; -7)$, $B(-15; 19; 34)$ et le vecteur $\vec{n}(-3; 2; 7)$. On note $\mathcal{P}$ le plan passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$.

- Démontrer que $H(3; 7; -8)$ appartient à $\mathcal{P}$.
- Démontrer que H est le projeté orthogonal de B sur $\mathcal{P}$.
 - En déduire la distance du point B au plan $\mathcal{P}$.
- Soit $C(11; 3; 0)$.
 - Justifier que C est le projeté orthogonal de H sur la droite (BQ).
 - Calculer la distance de H à (BC).

26 Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $2x - 3y - 2z + 3 = 0$ et d la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + 5t \\ z = 7 - t \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

Déterminer l'intersection de $\mathcal{P}$ et de d .

27 Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $2x - 3y - 2z + 3 = 0$ et d la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 15 - 3k \\ y = -9 + k \\ z = 7 + 2k \end{cases} \text{ où } k \in \mathbb{R}$$

Déterminer l'intersection de $\mathcal{P}$ et de d .

28 Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $2x - 5y + 3z - 7 = 0$ et d la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 9 - t \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

Démontrer que d est strictement parallèle à $\mathcal{P}$.

29 Un artiste souhaite réaliser une sculpture composée d'un tétraèdre posé sur un cube de 6 m d'arête. Ces deux solides sont représentés par le cube ABCDEFGH et par le tétraèdre SELM.

On munit l'espace du repère orthonormé $(A; \vec{AI}, \vec{AJ}, \vec{AK})$ tel que $I \in [AB]$, $J \in [AD]$, $K \in [AE]$ et $AI = AJ = AK = 1$, l'unité graphique représentant 1 mètre. Par ailleurs :

- L est le point tel que $\vec{FL} = \frac{2}{3}\vec{FE}$
- M est le point d'intersection du plan (BOL) et de la droite (EH)
- S est le point d'intersection des droites (BL) et (AK)

- Démontrer L a pour coordonnées $(2; 0; 6)$.

- Donner une représentation paramétrique de la droite (BL).
 - Vérifier que les coordonnées du point S sont $(0; 0; 9)$.
- Soit $\vec{n}$ le vecteur de coordonnées $(3; 3; 2)$.
 - Vérifier que $\vec{n}$ est normal au plan (BOL).
 - En déduire une équation cartésienne du plan (BOL).
 - Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EH).
 - Calculer les coordonnées du point M.
- Calculer le volume du tétraèdre SELM.
- L'artiste souhaite que la mesure de l'angle $\widehat{SLE}$ soit comprise entre 55° et 60° . Cette contrainte d'angle est-elle respectée ?

