

DÉNOMBREMENT

1 Lors d'un match de foot opposant deux équipes de onze joueurs, chaque équipe choisit un capitaine. Combien de binômes de capitaines sont possibles ?

2 Pour aller de Paris à Marseille, Jules souhaite passer par Lyon. Entre Paris et Lyon, il peut prendre quatre parcours différents, et trois parcours différents entre Lyon et Marseille. Combien de parcours différents Jules peut-il emprunter pour aller de Paris à Marseille ?

- 3** 1. Pour équiper sa cuisine, Réda décide de prendre un frigo, et en plus, un lave-vaisselle ou un micro-ondes. Il hésite entre cinq frigos, quatre lave-vaisselles et trois micro-ondes. Combien de choix s'offrent à lui ?
2. Au cours d'une soirée entre célibataires, il y a six femmes et cinq hommes.
- On choisit une femme et un homme au hasard. Combien de couples peut-on ainsi former ?
 - On choisit deux personnes au hasard. Combien de couples peut-on ainsi former ?

4 Soit $E = \{0; 1\}$.

- La liste ordonnée $(0, 0, 1)$ est un k -uplet de E . Que vaut k ?
- Effectuer la liste de tous les 3-uplets de E .
- Vérifier la cohérence du résultat de la question précédente avec la formule permettant de dénombrer les k -uplets d'un ensemble.

5 Soit $E = \{a; b; c; d\}$.

- Lister tous les 2-uplets de E .
- Quelle formule de cours permettait de dénombrer ces couples de E ?

Mêmes questions pour les couples d'éléments distincts de E .

- 6** 1. Simplifier les expressions suivantes :
- $$A = \frac{(n+1)!}{(n-1)!} \quad B = \frac{(n+1)!}{(n-1)!} \quad C = \frac{(n+1)!}{(n-1)!}$$
2. Ecrire sans utiliser de « ... » :
- $$D = 120 \times 119 \times 118 \times \dots \times 94 \times 93$$
- $$E = 26 \times 27 \times \dots \times n(n+1)$$
- $$F = 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 70 \times 72 \times 74$$
- 7** Soit $E = \{e_1; e_2; e_3; e_4; e_5; e_6\}$.
- Expliquer pourquoi le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est 120.
 - Combien y a-t-il de 4-uplets d'éléments distincts de E ?
- 8** Soit $E = \{0; 1; 2\}$.
- Lister toutes les permutations de E .
 - Quelle formule permettait de les dénombrer ?
- 9** Soit $E = \{e; f; g; h\}$.
- (e, f, h, e) est-il une permutation de E ?
 - (g, e, f) est-il une permutation de E ?
 - Quel est le nombre de permutations de E ? Comment peut-on le noter ?
- 10** Soit $E = \{1; 2; 3; A\}$.
- Combien y a-t-il de 5-uplets de E ?
 - Combien y a-t-il de 5-uplets de E commençant par 3 ?
- 11** Dans un jeu vidéo, un personnage réalise 7 mouvements successifs parmi gauche, droite, haut, bas. Combien de combos sont possibles, sachant que les aller-retours sont possibles ?
- 12** Dans une famille de 6 enfants, on note dans l'ordre des naissances le sexe des enfants. Ainsi, (F, F, G, F, G, G) signifie que les deux premiers enfants sont des filles, le 3^{ème} un garçon, etc. C'est ce qu'on appelle une « fratrie ». Déterminer :
- Le nombre total de fratries.
 - Le nombre de fratries dont l'aîné est un garçon.
 - Le nombre de fratries dont le 2^{ème}, le 3^{ème} et le 6^{ème} enfant sont des filles.

13 Un symbole en braille est l'assemblage de 6 points, certains en relief et d'autres non. Par exemple :

- Combien de symboles différents peut-on créer ?
- Si la 1^{ère} colonne n'est pas déchiffrable, combien de possibilités a-t-on pour lire le symbole ?

14 Ewen a créé un code de sécurité de six chiffres pour déverrouiller son smartphone. Il annonce fièrement que ce code ne contient pas de zéro et que tous ses chiffres sont différents.

- Combien de codes sont possibles avec ces critères ?
- Jonathan l'a vu taper un 5 comme dernier chiffre : combien de codes doit-il alors essayer pour tenter de déverrouiller son smartphone ?
- Jules sait qu'Ewen est superstitieux et n'a utilisé que des chiffres inférieurs ou égaux à 7 : combien de possibilités cela représente-t-il ?
- Jules et Jonathan unissent leurs informations : combien de possibilités leur reste-t-il ?

15 Lors d'un tournoi de foot opposant 10 équipes, les 5 premières remportent un prix qui diffère selon leur classement.

- De combien de façons peut-on attribuer les cinq prix ?
- L'OM a terminé 1^{er} de ce tournoi.
 - Déterminer le nombre de façons d'attribuer les prix.
 - De plus, le PSG a terminé 4^{ème}. Déterminer le nombre de façons d'attribuer les prix.

16 La première phase de coupe du monde de handball est organisée en poules de 6 équipes.

- Combien y a-t-il de classements possibles dans le groupe de la France ?
- Même question si la France termine 2^{nde} et l'Australie 5^{ème}.

17 Lors d'une course automobile, 12 pilotes s'affrontent. Vrai ou Faux ? Justifier.

1. Il y a 12^{12} classements possibles.
2. Si Mario termine premier, il y a alors 11! classements possibles.
3. Luigi, Yoshi et Boo terminent respectivement 4^{ème}, 7^{ème} et 11^{ème}. Il y a alors 362 880 classements possibles.

- 18** 1. Vérifier que $2^n \leq n!$ pour $n = 0$.
2. a. Démontrer que $2^n \leq n!$ pour tout $n \geq 4$.
b. Pourquoi $n \geq 4$...

- 19** 1. Combien y a-t-il de combinaisons de 3 éléments de l'ensemble $\{1; 2; 3; 4\}$? Les lister.
2. Même question pour les combinaisons de 2 éléments de l'ensemble $\{1; 2; 3; 4\}$.

20 Dans chacun des cas suivants, dire si A est une combinaison de l'ensemble des élèves d'une classe ou non, en justifiant.

1. A est l'ensemble composé des deux délégués.
2. A est le classement des élèves lors d'un DST.
3. A est l'ensemble des élèves qui ont une note au-dessus de la moyenne de la classe à un DST.

21 On note A l'ensemble des finalistes hommes du 100 m haies, parmi lesquels se trouvent 3 français. Dans chacun des cas, dire s'il s'agit d'un k -uplet d'éléments distincts, d'une permutation ou d'une combinaison de A .

1. Le classement de la finale, de la 1^{ère} à la dernière place.
2. Le podium (médaille d'or, d'argent, de bronze).
3. Le classement des trois français.

22 1. Ecrire les huit premières lignes du triangle de Pascal.

2. En déduire la valeur de $\binom{7}{4}$.

3. Retrouver cette valeur par le calcul. → question 4.
4. Pour chaque ligne, additionner les nombres qui la composent : que remarque-t-on ?

23 *A faire sans calculatrice...*

1. Calculer $\binom{8}{3}$ et $\binom{9}{6}$.
2. Calculer $\binom{9}{4}$ et $\binom{9}{5}$. Qu'observe-t-on ?

24 Au poker, on utilise un jeu de 52 cartes réparties en 4 couleurs (pique, cœur, carreau, trèfle), chaque couleur contenant 8 valeurs (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, V, D, R, As). Une main de est composée de 5 cartes données aléatoirement.

1. Combien de mains peut-on former ?
2. a. Combien de mains contenant uniquement des cœurs peut-on former ?
b. Combien de mains contenant une couleur (5 cartes de la même couleur) peut-on former ?
3. Combien de mains ne contenant aucun cœur peut-on former ?
4. a. Combien de mains contenant un carré (4 cartes de même valeur) d'As peut-on former ?
b. Combien de mains contenant un carré peut-on former ?
5. Combien de mains contenant un full (3 cartes identiques + 2 cartes identiques) peut-on former ?
6. Combien de mains contenant un brelan (3 cartes identiques, ni un full ni un carré) peut-on former ?

25 Samuel a gagné 4 jeux de société qu'il doit choisir dans une sélection qui en contient 9.

1. Combien de choix Samuel a-t-il ?
2. Le jeu dont il rêvait est dans cette sélection : combien de choix a-t-il comportant ce jeu ?

26 En 1^{ère} générale, 12 spécialités existent.

1. Combien de choix un élève de 1^{ère} a-t-il ?
2. Lors du passage en T^{ale}, un élève conserve deux spécialités : combien de choix a-t-il ?
3. Pour un élève de 2^{nde}, combien de parcours existent jusqu'au BAC ?
4. Emily est en 2^{nde} et est certaine de prendre les maths jusqu'au BAC : combien de parcours différents correspondent à son choix ?

27 Pour partir en vacances, Maxime décide de prendre 2 jeans et 3 T-shirts. Sachant qu'il possède 5 jeans et 7 T-shirts, combien de possibilités s'offrent à lui ?

28 Une urne contient 4 boules bleues et 3 boules blanches indiscernables au toucher. On tire simultanément deux boules au hasard.

On considère les événements A : « Les deux boules tirées sont de la même couleur » et B : « Une seule des boules tirées est blanche ».

Répondre par Vrai ou Faux et justifier :

$$1. p(A) = \frac{3}{7} \quad 2. p(B) = \frac{1}{7}$$

29 La valeur en ohms d'une résistance est déterminée par l'enchaînement de 4 anneaux de couleurs : le 1^{er} et le 2nd peuvent être chacun de 10 couleurs différentes (chiffres significatifs), le 3^{ème} par 12 (puissance de 10, de -2 à 9) et le 4^{ème} par 6 (tolérance en %). Combien de résistances à 4 anneaux y a-t-il ?

30 *Anagrammes sans répétitions*

1. Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot MATHS ?
2. Dénombrer les anagrammes du mot PATRICE.
3. Dans chacun des cas suivants, dénombrer les anagrammes du mot PATRICE :
 - a. Comménçant par la lettre C
 - b. Comménçant par une consonne
 - c. Comménçant par une consonne et se terminant par une voyelle

31 *Anagrammes avec répétitions*

1. Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot TAGADA ?
2. Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot CARAMBAR ?
3. Combien peut-on réaliser de mots de n lettres comportant k lettres différentes, se répétant respectivement $p_1, p_2, \dots, p_k$ fois ?

32 1. Une ville comporte 2 000 adolescents de 13 à 20 ans. 500 d'entre eux ont assisté à un match de foot, 450 à un concert et 300 aux deux.

- Combien ont assisté à un match de foot mais pas à un concert ?
- Combien n'ont assisté à aucune de ces activités ?

2. Dans cette ville, on compte 5 030 adultes de plus de 30 ans. 805 d'entre eux sont déjà allés au théâtre, 1 900 ont déjà assisté à un match de foot et 1 440 sont déjà allés à un concert. Par ailleurs, 160 ont déjà assisté aux trois activités, 235 sont allés au théâtre et à un match mais pas à un concert, 195 sont allés à un match et à un concert mais pas au théâtre et 140 sont allés seulement au théâtre.

- Combien n'ont assisté qu'à un concert ?
- Combien n'ont assisté à aucune de ces activités ?

33 Un sondage est réalisé auprès de 813 ados : l'objectif est de connaître leur préférence entre Taylor Swift, Miley Cyrus et Lady Gaga.

Parmi les 320 garçons, 140 préfèrent Lady Gaga et 62 préfèrent Taylor Swift. 210 ados préfèrent Lady Gaga et 175 ados qui préfèrent Taylor Swift sont des filles.

- Combien d'ados préfèrent Taylor Swift ?
- Combien de filles préfèrent Miley Cyrus ?
- Quelle est la proportion de garçons préférant Miley Cyrus ?
 - Parmi les ados préférant Lady Gaga, quelle est la proportion de filles ?

34 Dans un lycée parisien, les élèves suivent les cours d'au moins une langue parmi chinois, mandarin et japonais. Parmi les 110 élèves qui ont choisi le chinois, 53 n'ont pas pris d'autre langue et 29 ont également choisi le japonais mais pas le mandarin. 24 étudient le chinois et le mandarin mais pas le japonais. 47 ont choisi

seulement le mandarin. 98 au total étudient le mandarin et 76 le japonais.

- Combien d'élèves suivent les cours de japonais et de mandarin mais pas de chinois ?
- Combien y a-t-il d'élèves dans ce lycée ?

35 Lors d'une partie d'un jeu, les joueurs disposent de deux dés à 6 faces. Lors de son tour, un joueur lance les deux dés et doit faire la somme des résultats obtenus.

- Quelle est la probabilité d'obtenir 5 ?
- Quelle est le résultat le plus probable ?

36 On lance deux dés : un dé à 6 faces (*numérotées de 1 à 6*) et un dé à 4 faces (*numérotées de 1 à 4*). Après avoir lancé les deux dés, on réalise la différence du plus grand nombre obtenu par le plus petit. Etablir la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

37 Pour rentrer dans un immeuble, il faut composer un code de 4 caractères. Le clavier comporte 3 lettres (A, B et C) et 10 chiffres.

- Combien de codes différents y a-t-il ?
- Si les 4 caractères du code sont différents, combien de codes sont alors possibles ?
- Pour composer le code, les seules touches nécessaires sont A, C et 5. Combien de codes sont alors possibles ?

38 Choisir la ou les bonnes réponses.

- Le nombre de parties de 4 éléments issus d'un ensemble qui en comporte 7 est égal à :
a. 105 b. $\frac{7!}{4!3!}$ c. $\binom{6}{4} + \binom{6}{5}$ d. $\binom{7}{3}$
- Le nombre de numéros de téléphone portable à 10 chiffres commençant par 06 99 est égal à :
a. 60 b. 60 466 176 c. 10^6 d. $\binom{10}{6}$
- Lors d'une course opposant 7 coureurs, le nombre de podiums différents est :
a. 7^3 b. $7 \times 6 \times 5$ c. $\binom{7}{3}$ d. $7!$

4. Un code de carte bleue est une succession de 4 chiffres. Sachant que celui de Florence contient un 5, un 3 et deux 1 non consécutifs, la probabilité de trouver son code au hasard est :

- $\frac{1}{4!}$
- $\frac{1}{3^4}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{4}$

39 Avec un billet de 10 €, trois billets de 5 €, huit pièces de 2 € et 15 pièces de 1 €, de combien de manières différentes peut-on payer 15 € ?

40 Une urne contient huit boules indiscernables au toucher : cinq noires numérotées de 1 à 5, et trois rouges numérotées de 1 à 3.

- On extrait successivement avec remise cinq boules. Déterminer :
 - Le nombre total de tirages
 - Le nombre de tirages tels que la première boule tirée est noire et la seconde est rouge
 - Le nombre de tirages tels que la première boule rouge tirée est en troisième position
- Reprendre la question 1. Dans le cas où on extrait les boules successivement sans remise.
- On extrait simultanément deux boules de l'urne. Déterminer sous forme de fractions irréductibles les probabilités des événements suivants :

A : « Les deux boules tirées sont rouges. »

B : « Les deux boules tirées sont de la même couleur. »