

PUISSANCES & RACINES

1 Ecrire les expressions suivantes sous la forme a^n où $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned} A &= 7^{12} \times 7^{-5} & B &= 2^7 \times 3^7 & C &= (2^8)^3 \\ D &= \frac{7^9}{7^4} & E &= \frac{1}{7^4} & F &= \frac{5^4}{7^{-7}} \\ G &= 4^8 \times 4^{-13} & H &= (7^{-8})^3 & I &= (-5)^4 \times 3^4 \\ J &= \frac{9}{9^{-3}} & K &= \frac{7^{12} \times 7^5}{(7^4)^3} \\ L &= \frac{7^4}{7^{-9} \times 7^8} \times 10^4 & M &= \frac{7^{12} \times 7^5}{(7^4)^3} \end{aligned}$$

3 Ecrire chacun des nombres suivants sous la forme 3^p où p est un entier relatif.

$$A = 27 \times 9^5 \quad B = \frac{81^4 \times 9^{-2}}{27^{-3}} \quad C = 9^{-3} \times 81^2$$

1 Ecrire les expressions suivantes sous la forme a^n où $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned} A &= 25 \times 9^2 & B &= 2^7 \times 8 \\ C &= 49 \times 5^2 & D &= 9^2 \times 16 \\ E &= 16 \times 4^{-3} & F &= 3^4 \times 16 \\ G &= 7^{-5} \times 9^2 \times 7^7 & H &= 2^{-5} \times 6^{14} \times 3^{-5} \\ I &= 32 \times 6^7 \times 3^5 & J &= 81 \times 6^7 \times 9^5 \end{aligned}$$

3 Sans utiliser de calculatrice, calculer :

$$A = 25^2 \times 1,45 \times 4^2 \quad B = 5^6 \times 2^8$$

2 Soit $n \in \mathbb{Z}$. Ecrire chacun des nombres suivants sous la forme 2^p où p est un entier relatif.

$$\begin{aligned} A &= 2^n \times 2^{n-1} & B &= (2^{n-1})^3 \times 2^{-n} \\ C &= \frac{2^{3-n} \times 2^{n+2}}{2^{-4n}} & D &= \frac{2^4 \times (2^{-2})^2}{2^{-9} \times 2^5} \end{aligned}$$

4 1. Ecrire A et B sous la forme x^n où x est un réel non nul et n un entier relatif.

$$A = \frac{x^7}{x^8 \times x^{-5}} \quad B = x^4 \times (x^{-2})^3 \times x^5$$

2. Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a^p \times b^q$ où $(a; b) \in \mathbb{R}^*$ ($n; p) \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned} C &= (a^3 \times b)^2 & D &= (a^{-5} \times b^{-2})^{10} \\ E &= \frac{a^4}{a^3 \times b^{-7}} & F &= \left(\frac{a}{b}\right)^3 \times a^{-2} \\ G &= \frac{(ab)^5}{a^4} & H &= \left(\frac{a}{b^2}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{a^3}\right)^5 \end{aligned}$$

5 Effectuer les calculs suivants :

$$\begin{aligned} A &= 3 \times 6^2 - 2(1 + 7^2) \\ B &= 7 + 3(115 - 5^3)^2 \\ C &= 3^3 \times (23 - 5^2)^3 + (2 - 3)^4 \\ D &= 8 + 2(13 - 3 \times 2^2 + 1)^7 \\ E &= (6 - 8)^5 - 5 \times (-1)^7 \\ F &= 5 \times (-3)^3 - 3 \times 2^{-2} \end{aligned}$$

6 Effectuer les calculs suivants :

$$\begin{aligned} A &= 147 \times 10^5 & B &= 1\,6454 \times 10^{-2} \\ C &= 0,000\,36 \times 10^4 & D &= 0,075 \times 10^{-2} \\ E &= 18,16 \times 10^{-4} & F &= 98,64 \times 10^7 \\ G &= 32 \times 10^3 & H &= 752 \times 10^{-6} \\ I &= 7,5 \times 10^{-4} & J &= 0,006\,5 \times 10^7 \\ K &= 9,53 \times 10^{-2} & L &= 56 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

7 Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$\begin{aligned} A &= 12\,345 & B &= 917\,000\,000 \\ C &= 498,13 & D &= 0,012 \\ E &= 0,000\,003\,5 & F &= 8\,570\,000\,000 \\ G &= 0,000\,534 & H &= 8,5 \\ I &= 0,000\,067\,8 & J &= 46\,700\,000 \\ K &= 76\,000\,000 & L &= 0,000\,000\,13 \\ M &= 13\,700 & N &= 0,000\,000\,08 \\ O &= 9\,500\,000\,000\,000 \end{aligned}$$

8 Donner la valeur décimale et la notation scientifique de :

$$\begin{aligned} A &= \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}} \\ B &= \frac{0,3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} \\ C &= \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{3 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-1}}{12 \times 10^{-2}} \\ E &= \frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^3)^2 \times 10^{-8} \times 80} \\ F &= \frac{21 \times 10^{-3} \times 16 \times 10^7}{12 \times 10^9} \\ G &= \frac{5 \times 10^{-4} \times 3,6 \times 10^2}{1,2 \times 10^{-3}} \\ H &= \frac{7 \times 10^3 \times 5 \times 10^8}{14 \times (10^2)^3} \end{aligned}$$

9 Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit entier possible.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{28} & B &= \sqrt{27} & C &= \sqrt{20} \\ D &= \sqrt{99} & E &= \sqrt{200} & F &= \sqrt{54} \\ G &= \sqrt{8} & H &= \sqrt{63} & I &= \sqrt{45} \\ J &= \sqrt{24} & K &= \sqrt{18} & L &= \sqrt{12} \\ M &= \sqrt{40} & N &= \sqrt{32} & O &= \sqrt{60} \\ P &= \sqrt{56} & Q &= \sqrt{48} & R &= \sqrt{50} \\ S &= \sqrt{150} & T &= \sqrt{72} & U &= \sqrt{75} \\ V &= \sqrt{80} & W &= \sqrt{76} & X &= \sqrt{52} \end{aligned}$$

10 Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \sqrt{\frac{5}{16}} \quad B = \sqrt{\frac{24}{2}} \quad C = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}} \quad D = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{20}}$$

10 Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit entier possible.

$$\begin{aligned} A &= 7\sqrt{6} - 2\sqrt{96} + \sqrt{24} \\ B &= 3\sqrt{45} + 2\sqrt{20} - 4\sqrt{80} \\ C &= \sqrt{12} + 4\sqrt{75} - 5\sqrt{48} \\ D &= \sqrt{63} + 2\sqrt{28} - \sqrt{700} \\ E &= 5\sqrt{300} - 2\sqrt{12} + \sqrt{363} \\ F &= 5\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 2\sqrt{32} \\ G &= \sqrt{40} + \sqrt{90} - \sqrt{490} \\ H &= 2\sqrt{3} - \sqrt{75} + 5\sqrt{27} \\ I &= 2\sqrt{27} - 4\sqrt{3} + \sqrt{12} \end{aligned}$$

11 1. Calculer les carrés suivants :

$$A = (3\sqrt{5})^2 \quad B = (2\sqrt{3})^2 \quad C = (4\sqrt{2})^2$$

2. Montrer que $\sqrt{3} = (3 - \sqrt{6})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

12 Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec c le plus petit possible :

$$A = (1 + \sqrt{2})^2 \quad B = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$$

$$C = (2\sqrt{3} - 4)^2 \quad D = (2 + 3\sqrt{5})^2$$

13 On pose $x = \sqrt{2}(1 + \sqrt{6})$ et $y = 2 - \sqrt{6}$.

1. Calculer x^2 et y^2 . On donnera les résultats sous la forme $a + b\sqrt{6}$.

2. Calculer $x^2 + y^2$. Que constate-t-on ?

14 Ecrire chaque quotient sans radical au dénominateur.

$$A = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad B = \frac{12}{\sqrt{7}} \quad C = \frac{9}{\sqrt{3}}$$

$$D = \frac{5}{2 + \sqrt{3}} \quad E = \frac{3\sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}} \quad F = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

15 Simplifier les écritures suivantes en justifiant.

$$A = \sqrt{(-1)^2} \quad B = \sqrt{(\pi - 2)^2}$$

$$C = \sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} \quad D = \sqrt{\left(2 - \frac{7}{3}\right)^2}$$

16 *Simplifier des expressions*

1. Montrer que $\sqrt{59 + 30\sqrt{2}} = 3 + 5\sqrt{2}$

2. Montrer que $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 2$

16 *Les deux questions sont indépendantes.*

1. a. Calculer $(\sqrt{61 - 28\sqrt{3}})^2$ et $(2\sqrt{3} - 7)^2$.

b. En déduire l'expression simplifiée de $\sqrt{61 - 28\sqrt{3}}$.

2. On souhaite simplifier $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$.

a. Développer $(a - b\sqrt{3})^2$

b. Que doit valoir $2ab$ pour qu'on puisse avoir

$$28 - 10\sqrt{3} = (a - b\sqrt{3})^2 ?$$

c. Combien de couples $(a; b) \in \mathbb{N}^2$ sont possibles ? Les lister.

d. Sachant que $\dots = 28$, trouver a et b . En déduire l'écriture de $\sqrt{61 - 28\sqrt{3}}$.

18 x est un réel strictement positif.

1. Développer $A = (\sqrt{x} + 2)(3 - \sqrt{x})$

2. Simplifier l'expression $B = \frac{x^2}{x\sqrt{x}}$