

NOMBRES

1 Compléter avec $\in$ ou $\notin$.

$\frac{1}{2} \dots \mathbb{N}$	$\frac{1}{2} \dots \mathbb{Z}$	$\frac{1}{2} \dots \mathbb{D}$	$\frac{1}{2} \dots \mathbb{Q}$
$-5 \dots \mathbb{N}$	$-5 \dots \mathbb{Z}$	$-5 \dots \mathbb{D}$	$-5 \dots \mathbb{Q}$
$8 \dots \mathbb{N}$	$8 \dots \mathbb{Z}$	$8 \dots \mathbb{D}$	$8 \dots \mathbb{Q}$
$\frac{1}{3} \dots \mathbb{N}$	$\frac{1}{3} \dots \mathbb{Z}$	$\frac{1}{3} \dots \mathbb{D}$	$\frac{1}{3} \dots \mathbb{Q}$
$-0,2 \dots \mathbb{N}$	$-0,2 \dots \mathbb{Z}$	$-0,2 \dots \mathbb{D}$	$-0,2 \dots \mathbb{Q}$
$\sqrt{5} \dots \mathbb{N}$	$\sqrt{5} \dots \mathbb{Z}$	$\sqrt{5} \dots \mathbb{D}$	$\sqrt{5} \dots \mathbb{Q}$
$3,14 \dots \mathbb{N}$	$3,14 \dots \mathbb{Z}$	$3,14 \dots \mathbb{D}$	$3,14 \dots \mathbb{Q}$
$\pi \dots \mathbb{N}$	$\pi \dots \mathbb{Z}$	$\pi \dots \mathbb{D}$	$\pi \dots \mathbb{Q}$
$\frac{22}{7} \dots \mathbb{N}$	$\frac{22}{7} \dots \mathbb{Z}$	$\frac{22}{7} \dots \mathbb{D}$	$\frac{22}{7} \dots \mathbb{Q}$

- 2** 1. Déterminer un nombre décimal d tel que $\frac{79}{17} < d < \frac{80}{17}$.
2. Déterminer un nombre rationnel q tel que $\frac{11}{7} < q < \frac{12}{7}$.
3. Soit les deux nombres $a = \frac{3}{4}$ et $b = \frac{2}{3}$.
- Montrer que $a \in \mathbb{D}$.
 - Montrer que b est un rationnel non décimal.
 - Comparer a et b .
 - Déterminer un nombre décimal strictement compris entre a et b .

3 Donner un arrondi à la précision demandée :
Au centième : $52,64879 \approx \dots$

A l'unité : $23,28742 \approx \dots$

A 0,001 près : $17,38451 \approx \dots$

Au dixième : $\frac{2}{3} \approx \dots$

A 10^{-2} près : $3,1842 \approx \dots$

Au dix-millième : $\pi \approx \dots$

A l'unité : $0,348 \approx \dots$

Au 10^{-3} : $0,78 \approx \dots$

Au centième : $9,47364 \approx \dots$

A l'unité : $39,76542 \approx \dots$

Au 0,001 près : $4,25 \approx \dots$

A 10^{-1} près : $\frac{7}{4} \approx \dots$

Au centième : $8,01579 \approx \dots$

A 0,00 001 près : $\sqrt{2} \approx \dots$

A l'unité : $0,712 \approx \dots$

Au millième : $45,8999 \approx \dots$

3 Un développement décimal est dit périodique s'il se répète à l'infini.

Par exemple, $7,3333333\dots$ est périodique : sa période est le « 3 » qui se répète. Cette période est de longueur 1 puisqu'un seul chiffre se répète. On peut noter $7,\overline{3} = 7,333333\dots$

De même, $53,4626262\dots$ est périodique : sa période est le « 62 » qui se répète. Cette période est de longueur 2 puisque deux chiffres se répètent. On peut noter $53,4\overline{62} = 53,4626262\dots$

L'objectif de cet exercice est de transformer un nombre décimal avec un développement décimal périodique en fraction : c'est toujours possible !

1° Développement décimal « simple »

Ex : $x \approx 3,2222\dots = 3,\overline{2}$

Période de longueur 1 $\Rightarrow$ on multiplie par 10 :

$$10x \approx 32,222\dots = 32,\overline{2}$$

Puis $10x - x = 32,\overline{2} - 3,\overline{2}$ (c'est « = » et pas « $\approx$ »)

$$9x = 29 \quad (\text{idem})$$

En effet, dans cette soustraction, les parties décimales sont égales (même si elles sont infinies) et elles s'annulent donc totalement.

$$\text{D'où } x = \frac{29}{9}$$

Transformer les nombres suivants en fractions :

$$A = 7,\overline{8} \quad B = 5,\overline{7} \quad C = 23,\overline{1} \quad D = 25,\overline{6}$$

2° Développement décimal « multiple »

Ex : $x \approx 5,72727272\dots = 5,\overline{72}$

Période de longueur 2 $\Rightarrow$ on multiplie par 100 :

$$100x \approx 572,7272\dots = 572,\overline{72}$$

Puis $100x - x = 572,\overline{72} - 5,\overline{72}$

$$99x = 567 \quad (\text{c'est « = » et pas « $\approx$ »})$$

$$\text{D'où } x = \frac{567}{99}$$

Transformer les nombres suivants en fractions :

$$E = 9,\overline{35} \quad F = 8,\overline{123} \quad G = 12,\overline{64} \quad H = 0,\overline{716}$$

3° Développement décimal « décalé »

Ex : $x \approx 45,7913913913\dots = 45,\overline{7913}$

$\Rightarrow$ On commence par décaler la virgule pour que la partie périodique se trouve juste après la virgule.

On a $10x = 457,\overline{913}$

Période de longueur 3 $\Rightarrow$ on (re)multiplie par 1 000 :

$$10x \times 1\,000 = 457\,913,\overline{913}$$

$$10\,000x = 457\,913,\overline{913}$$

Puis par soustraction :

$$10\,000x - 10x = 457\,913,\overline{913} - 457,\overline{913}$$

$$9\,990x = 457\,456$$

$$\text{D'où } x = \frac{457\,456}{9\,990}$$

Transformer les nombres suivants en fractions :

$$I = 5,27\overline{244} \quad J = 13,70\overline{83} \quad K = 6,84\overline{75} \quad L = 7,50\overline{07}$$

4° Un développement décimal particulier

Montrer que $2,\overline{9} = 3$.