GÉOMÉTRIE REPÉRÉE

1 Soit les points A $(2\,;3)$ et B $(-2\,;8)$.

1. Calculer les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (AB).
2. En déduire que le vecteur de coordonnées $\binom{5}{4}$ est un vecteur normal à la droite (AB).

2 Proposer une équation d'une droite d dont un vecteur normal est $\vec{n}\binom{8}{-5}$

3 Soit d une droite de vecteur normal $\vec{n}\binom{2}{-1}$.

1. Parmi les vecteurs ci-dessous, lequel n'est pas un vecteur normal à d ?

   $\vec{a}\binom{-2}{1}$ $\quad\vec{b}\binom{4}{-2}$ $\quad\vec{c}\binom{1}{2}$ $\quad\vec{d}\binom{10}{-5}$

2. Parmi les équations ci-dessous, laquelle ne peut pas être une équation de d ?

   a. $2x - y = 0$ b. $x + 2y = 0$

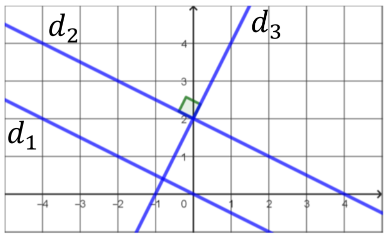
   c. $2x + y + 1 = 0$ d. $y = 2x - 3$

4 Associer à chaque droite représentée ci-contre son équation.

$E_1 : x + 2y - 4 = 0$

$E_2 : x + 2y = 0$

$E_3 : 2x - y + 2 = 0$



5 Soit d la droite passant par le point A$(3\,;0)$, et de vecteur normal $\vec{n}\binom{1}{7}$.

1. Justifier que d a pour équation : $x + 7y + c = 0$, où c est un nombre réel.
2. Sachant que A appartient à d, déterminer le nombre c, puis une équation d.

6 Soit d la droite passant par le point A$(1\,;3)$, et de vecteur normal $\vec{n}\binom{5}{2}$.

Déterminer une équation de d.

7 Soit d la droite passant par le point A$(1\,;3)$ et de vecteur $\vec{n}\binom{-2}{5}$. Dire, en justifiant, si les points B$(0\,;2{,}6)$ et C$(4\,;1)$ appartiennent à la droite d.

8 Soit les points A$(-1\,;3)$, B $(5\,;1)$ et C$(2\,;-1)$, et d la droite perpendiculaire à (AB) passant par C.

1. Donner un vecteur normal à la droite d.
2. Déterminer une équation de d.

9 Soit les points A$(3\,;5)$, B$(6\,;-1)$ et C$(1\,;4)$. Déterminer une équation de la hauteur issue de B dans le triangle ABC.

10 Soit A$(2\,;5)$ et B$(-1\,;-3)$. Déterminer une équation de la médiatrice du segment [AB].

11 Dans chacun des cas suivants, écrire une équation de la droite passant par A$(1\,;2)$ et perpendiculaire à la droite d dont on donne une équation.

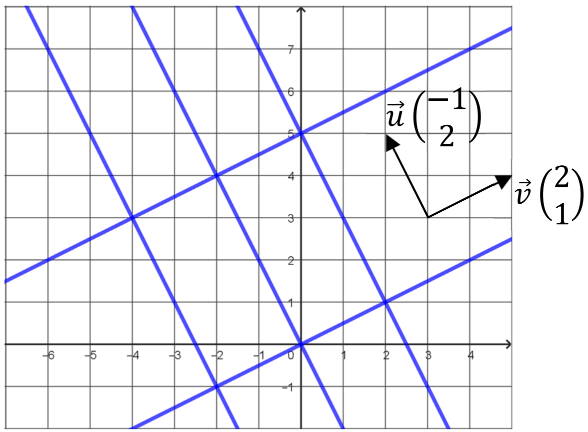
a. $2x + 9y - 1 = 0$ b. $3x - 5y + 2 = 0$

12 Associer à chaque droite d_1, d_2, d_3, d_4 et d_5 son équation et son vecteur normal $\vec{u}$ ou $\vec{v}$. En déduire l'équation qui ne correspond à aucune droite de la figure.

a. $2x + y = 10$ b. $2x + y = 5$

c. $x - 2y = 0$ d. $4x + 2y = 0$

e. $-2x - y = 5$ f. $x - 2y + 10 = 0$



13 Donner les coordonnées d'un vecteur normal à d_1 et celles d'un vecteur normal à d_2.

1. $d_1 : 2x - 5y + 3 = 0$ et $d_2 : y = -3x + 5$
2. $d_1 : 2x + 7y + 9 = 0$ et $d_2 : y = 4x - 10$
3. $d_1 : y = x$ et $d_2 : y = 1$
4. $d_1 : 11x + 1 = 0$ et $d_2 : -x + y = 7$
5. $d_1 : x + y = 0$ et $d_2 : 2y - 1 = 0$

14 Soit d la droite d'équation $x + y - 1 = 0$ et soit le point A$(1\,;4)$. Soit H le projeté orthogonal de A sur d .

1. Déterminer une équation de la droite Δ, perpendiculaire à d passant par A.
2. En déduire les coordonnées du point H.

15 Soit d la droite d'équation $x + 2y - 4 = 0$ et soit le point A$(3\,;3)$. Soit H le projeté orthogonal de A sur d .

1. Déterminer une équation de la droite Δ, perpendiculaire à d passant par A.
2. En déduire les coordonnées du point H.

16 On considère la droite d d'équation $y = 2x$ et le point M$(-5\,;0)$. Soit H le projeté orthogonal de M sur d

1. Déterminer les coordonnées du point H.
2. Calculer la distance MH.

17 Dans chacun des cas suivants, déterminer une équation du cercle de centre A et de rayon 2.

a. A$(1\,;-1)$ b. A$(0\,;2)$ c. A$(-3\,;0)$

18 1. Déterminer une équation du cercle de centre B$(0\,;5)$ et de rayon 7.

2. Montrer qu'elle peut s'écrire :

$$x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$$

19 1. Écrire une équation du cercle de centre I$(-2\,;3)$ et passant par le point A$(1\,;1)$.

2. Ce cercle passe-t-il par les points de coordonnées $(-1\,;-1)$, $(-2\,;16)$, $(-15\,;3)$ et $(-4\,;6)$?

20 Les équations suivantes sont-elles des équations de cercle ? Si oui, déterminer le centre et le rayon du cercle.

a. $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$

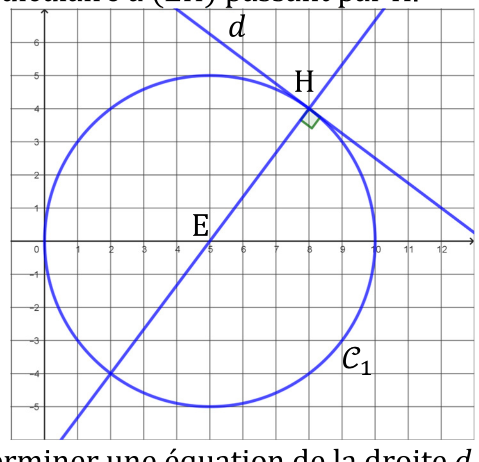
b. $x^2 + y^2 + 5x - y - 1 = 0$

21 On considère les cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ d'équations respectives $x^2 + y^2 - 4y = 0$ et $x^2 + y^2 = 4$

1. Déterminer le rayon de chacun des cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.
2. a. Construire les cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ dans un repère.
   b. Conjecturer le nombre de points d'intersection de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.
3. a. Montrer que si un point appartient aux deux cercles, alors son ordonnée est égale à 1.
   b. Calculer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.

22 Soit A(0 ; 2) et B(0 ; 8). On considère l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M tels que MA = 3MB. Montrer que $\mathcal{E}$ est un cercle. Déterminer les coordonnées de son centre et son rayon.

23 On considère les points E(5 ; 0) et H(8 ; 4). Soit $\mathcal{C}_1$ le cercle de centre E passant par H et d la tangente au cercle $\mathcal{C}_1$ en H, c'est-à-dire la perpendiculaire à (EH) passant par H.



1. Déterminer une équation de la droite d.
2. Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}_1$.
3. On considère le cercle $\mathcal{C}_2$ d'équation :
   $$x^2 - 22{,}5x + y^2 + 125 = 0$$
   Déterminer le centre K et le rayon de ce cercle.
4. Montrer que les cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ ont un seul point commun.
5. a. Calculer les coordonnées du projeté orthogonal P de K sur d.
   b. Calculer la distance du point K à la droite d.
   c. Montrer que P est l'unique point d'intersection de $\mathcal{C}_2$ et d