SECOND DEGRÉ 2

1 Dans chacun des cas, calculer le discriminant.
a. $a = 5, b = 1$ et $c = 4$
b. $a = 3, b = -2$ et $c = 1$
c. $a = 2, b = -1$ et $c = -5$
d. $a = -1, b = -5$ et $c = -2$

2 Calculer le discriminant de chacun des polynômes du second degré donnés.
$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + x - \frac{1}{4}$ $\quad g(x) = \frac{-2}{3}x^2 + 2x - 1$
$h(x) = 10 - x + 3x^2$ $\quad i(x) = x^2 - x\sqrt{3} - 1$

3 Pour chaque question, justifier la valeur du discriminant Δ puis résoudre les équations du second degré données.
a. $x^2 + 2x - 3 = 0, \Delta = 16$
b. $x^2 + 3x + 2 = 0, \Delta = 1$
c. $-x^2 + 2x + 3 = 0, \Delta = 16$
d. $-5x^2 + 8x - 7 = 0, \Delta = -76$
e. $9x^2 - 42x + 49 = 0, \Delta = 0$
f. $-x^2 + x - 12 = 0, \Delta = 49$

4 Résoudre chacune des équations suivantes.
a. $x^2 + x - 12 = 0$ b. $5x^2 - 3x + 1 = 0$
c. $2x^2 + x - 3 = 0$ d. $9x^2 - 30x + 25 = 0$

5 Déterminer le réel a tel que l'équation $x^2 + 2x - 7a = 0$ n'admette qu'une seule solution. Quelle est cette solution ?

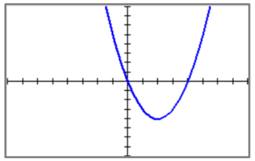
6 Déterminer tous les réels a tels que l'équation $ax^2 + 13x + 1 = 0$ admette 2 solutions distinctes.

7 Déterminer tous les réels b tels que l'équation $x^2 + bx + 5 = 0$ n'ait aucune solution.

8 Déterminer tous les réels c tels que l'équation $-x^2 + x + c = 0$ n'ait pas de solution.

9 Pour quelles valeurs de x peut-on calculer l'expression $A(x) = \dfrac{x^2 + 19x + 18}{x^2 + 5x - 6}$?

12 On a représenté une fonction polynôme du second degré sur une calculatrice.



1. Quel est le signe du coefficient de x^2 de cette fonction ?
2. Quel est le signe de son discriminant ?

10 Soit m un réel. On considère le polynôme $P_m(x) = 2x^2 + (m - 5)x + m + 3$.
Pour quelles valeurs de m l'équation $P_m(x) = 0$ a-t-elle deux solutions distinctes ?

11 Après avoir déterminé leurs domaines de définition, résoudre les équations proposées.
1. $x + \dfrac{1}{x-3} = 5$ 2. $\dfrac{x}{7} + \dfrac{21}{x+5} = \dfrac{47}{7}$
3. $x^3 - x^2 - 6x = 0$
4. $(x^2 - 5x - 14)(9x^2 + 9x - 10) = 0$

12 Déterminer trois nombres entiers consécutifs, sachant que la somme des carrés de ces nombres est égale à 1 877.

13 On divise 1 075 par un entier n. Le quotient trouvé est $n - 5$ et le reste est égal à $n - 10$. Déterminer l'entier n.

14 Déterminer deux nombres entiers consécutifs sachant que leur produit est 702.

15 Les équations suivantes ont deux racines distinctes. Donner leur somme et leur produit.
a. $x^2 + 5x - 11 = 0$ b. $2x^2 - x - 89 = 0$
c. $-3x^2 + 7x + 20 = 0$ d. $-x^2 - 9x + 17 = 0$

16 Déterminer les racines de l'équation donnée, sachant que l'une d'elles est évidente.
a. $x^2 - 8x + 7 = 0$ b. $2x^2 + x - 3 = 0$
c. $x^2 + 10x + 9 = 0$ d. $-4x^2 + 7x + 11 = 0$
e. $37x^2 - 3x - 40 = 0$ f. $x^2 - x - 2 = 0$

17 Déterminer deux nombres réels dont la somme est 15 et le produit est -54.

18 1. Déterminer le réel c de telle sorte que -3 soit solution de l'équation $2x^2 - 5x + c = 0$.
2. Sachant que l'équation précédente admet une autre solution distincte de -3, déterminer cette deuxième solution.

19 Résoudre les équations données.
a. $15x^2 + x - 6 = 0$ b. $x^2 - 2x - 15 = 0$
c. $5x^2 - 7x + 6 = 0$ d. $4x^2 - 20x + 21 = 0$
e. $x^2 - 16x = 0$ f. $x^2 + 6 = 0$
g. $2x(x + 5) = 75 + x^2$ h. $(2x + 9)(x - 8) = 0$
i. $(9x + 11)^2 - 56 = 3x - 1$
j. $(4x + 3)^2 = (5x - 1)^2$

20 Donner les racines des polynômes du second degré donné, puis les factoriser.
$A(x) = x^2 + 6x + 9$ $\quad B(x) = -x^2 + 2x + 15$
$C(x) = x^2 + 18x + 77$ $\quad D(x) = 2x^2 - 7x + 8$

21 Factoriser chacune des fonctions polynômes du second degré suivantes, en choisissant la méthode la plus adaptée.
$f(x) = 4x^2 - 49$ $\quad g(x) = 2x^2 - 5x + 3$
$h(x) = 5x^2 - 7x$ $\quad j(x) = x^2 - 5x - 14$

22 Factoriser, lorsque c'est possible, les polynômes suivants.
$A(x) = 2x^2 - 13x - 7$ $\quad B(x) = 5x^2 + 9x - 2$
$C(x) = 4x^2 + 28x + 49$ $\quad D(x) = 5x^2 + 11x - 12$
$E(x) = 7x - 3x^2 - 4$ $\quad F(x) = -3x^2 + 15x - 8$
$G(x) = 4x^2 + 36x + 81$ $\quad H(x) = 5x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{1}{3}$

23 1. Factoriser le polynôme $f(x) = x^2 + 2x - 3$.
2. Résoudre algébriquement l'équation :
$$x^2 + 2x - 3 = 3(x - 1)(x + 9)$$
3. Tracer à la calculatrice les courbes d'équations $y = x^2 + 2x - 3$ et $y = 3(x - 1)(x + 9)$
4. Conjecturer les abscisses des points d'intersection de ces deux courbes. Les résultats ainsi obtenus sont-ils cohérents avec la résolution algébrique effectuée plus haut ?

24 1. Déterminer les fonctions polynômes du second degré s'annulant en 2 et en -8.
2. Déterminer la fonction polynôme du second degré f s'annulant en $-\frac{1}{2}$ et 5, et telle que $f(0) = -10$.
3. Déterminer la fonction polynôme du second degré g de racines 3 et 8 et telle que $g(6) = 12$.

25 1. Déterminer les fonctions polynômes du second degré s'annulant en 1 et en -12.
2. Déterminer la fonction polynôme du second degré f s'annulant en -4 et 3 et telle que $f(4) = 4$.
3. Déterminer la fonction polynôme du second degré g de racines -1 et 1 et telle que $g(0) = 1$.

26 La fonction polynôme du second degré f telle que $f(x) = 2x^2 + 2x - 12$ a pour racines -3 et 2. Compléter le tableau de signes suivant.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$				

27 La fonction polynôme du second degré g telle que $g(x) = -3x^2 + 12x + 15$ a pour racines -1 et 5. Compléter le tableau de signes suivant.

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$
$g(x)$				

28 Soit f et g les fonctions polynômes du second degré définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+4)(x+6)$ et $g(x) = (-2x+1)(x-10)$.
1. Étudier le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.
2. Étudier le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.
3. Résoudre les inéquations $f(x) \geq 0$ et $g(x) > 0$.

29 Soit f et g les fonctions polynômes du second degré définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (5x+3)(7-x)$ et $g(x) = (x-2)(3x+12)$.
1. Étudier le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.
2. Étudier le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.
3. Résoudre les inéquations $f(x) \leq 0$ et $g(x) < 0$.

30 On sait que le polynôme du second degré $x^2 + 9x - 10$ a deux racines, -10 et 1.
Résoudre l'inéquation $x^2 + 9x - 10 > 0$.

31 Déterminer, selon les valeurs de x, le signe des polynômes du second degré donnés.

$A(x) = 6x^2 + x - 7$ $\quad B(x) = x^2 + 7x$
$C(x) = 5x^2 - 7x - 2$ $\quad D(x) = -2x^2 - 12x - 18$
$E(x) = 5x^2 + 6x + 11$ $\quad F(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$
$G(x) = -2x^2 + 9x + 5$ $\quad H(x) = -4x^2 - 9x$

32 Résoudre les inéquations données.

a. $x^2 - 12x + 32 > 0$ b. $-2x^2 + 11x - 12 \geq 0$
c. $5x^2 + 2x < 0$ d. $4x^2 - 2x + 0{,}25 > 0$
e. $x^2 - 3x + 5 \leq 0$ f. $x^2 + 9x - 10 < 0$
g. $2x^2 + 8x - 3 \geq 0$ h. $49x^2 - 4 \geq 0$
i. $(x+4)^2 - 25 < 0$ j. $(x+2)(2x-3) \geq 0$
k. $-7x^2 + x < 1$ l. $12 > x^2 + 11x$
m. $9x^2 > 16$ n. $(1-4x)^2 > (2x+1)^2$
o. $x(x-3) < 9 - 3x$ p. $2x^2 + 11x \geq 3x + 10$

33 On sait que le polynôme du second degré $-x^2 + x - 2$ n'a pas de racine.
Résoudre l'inéquation $-x^2 + x - 2 > 0$.

34 Suite à une chasse intensive et à la détérioration de son habitat naturel, la grue blanche est en voie de disparition. En 1938, le nombre de grues blanches sauvages s'élevait à 15 individus. Depuis 1940, l'espèce fait l'objet de programmes de protection, et on suppose que l'évolution de la taille de sa population à partir de 1938 est modélisée par la fonction f définie sur $[38 ; 100]$ par $f(x) = 0{,}08x^2 - 7{,}2x + 173$ où x est le temps écoulé en années à partir de 1900. Ainsi, l'année 1938 correspond à $x = 38$.
1. En quelle année le nombre de grues blanches sauvages a-t-il été le plus faible ?
2. En quelle année y-a-il eu 61 grues sauvages ?
3. Durant quelle période n'y-a-t-il eu pas plus de 13 grues sauvages ?

35 Dans un repère orthonormé, on donne les points A $(0 ; -2)$ et B $(3 ; 2)$. M est un point de l'axe des abscisses. Déterminer les positions du point M tel que le triangle ABM soit rectangle en M.

36 La parabole $\mathcal{P}$ représentative de la fonction f telle que $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ coupe l'axe des abscisses en deux points. Quelles sont leurs abscisses respectives ?

37 Dans chacun des cas suivants, déterminer une expression de la fonction polynôme du second degré f représentée par la parabole $\mathcal{P}$.
a. $\mathcal{P}$ a pour sommet S$(3 ; 1)$ et passe par A$(1 ; 9)$.
b. $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 3 et 6 et passe par le point C$(7 ; -4)$.
c. $\mathcal{P}$ passe par A$(1 ; 8)$, B$(-1 ; 6)$ et C$(2 ; 0)$.

38 Déterminer une expression de la fonction polynôme du second degré f représentée par la parabole passant par les points A$(0 ; 1)$, B$(2 ; -9)$ et C$(-2 ; -3)$.

39 Déterminer une expression de la fonction polynôme du second degré f, représentée par la parabole qui coupe l'axe des abscisses aux points A$(-3 ; 0)$ et B$(5 ; 0)$ et l'axe des ordonnées au point C$(0 ; 30)$.

40 Soit f et g les fonctions numériques définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 2$ et $g(x) = -x^2 + 6x - 5$.
1. Étudier les variations des fonctions f et g puis dresser leurs tableaux de variation.
2. Tracer les courbes représentatives respectives $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ des fonctions f et g dans le plan.
3. Déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et de $\mathcal{C}'$ avec l'axe des abscisses.
4. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles la courbe $\mathcal{C}'$ est « au-dessus » de la courbe $\mathcal{C}$.