

PROBABILITÉS

1 On choisit au hasard un jour de l'année. On considère les événements :

U : « Le jour choisi a été pluvieux »

V : « Le jour choisi a été venté »

Pour chaque phrase suivante, indiquer si l'information donnée correspond à une probabilité conditionnelle, puis traduire cette information à l'aide d'une probabilité.

- Dans l'année, 40 % des jours sont pluvieux.
- 66 % des jours pluvieux sont ventés.
- Parmi les jours non ventés, 22 % sont pluvieux.
- 49 % des jours dans l'année n'ont été ni ventés ni pluvieux.

2 Soit A et B deux événements tels que

$$p(A) = 0,3 ; p_A(B) = 0,2 \text{ et } p(B) = 0,48$$

Déterminer $p(A \cap B)$ puis $p_B(A)$.

3 Soit E et F deux événements tels que

$$p(E) = 0,5 \text{ et } p_E(F) = 0,8$$

Déterminer $p(E \cap F)$.

4 Choisir la ou les bonnes réponses.

Une étude a été réalisée auprès de jeunes de 16 à 18 ans sur leur console de jeux vidéo préférée. Les résultats ainsi que le choix du nom des différents événements sont présentés ci-dessous :

	Garçons A	Filles B	Total
PS6	36	9	45
Xbox 2	36	19	55
Total	72	28	100

On choisit au hasard une des personnes interrogées dans l'étude.

- $p(A \cap B)$ est égal à :
a. 0,36 b. 0,5 c. 0,625 d. 0,8
- $p_A(B)$ est égal à :
a. 0,36 b. 0,5 c. 0,625 d. 0,8
- $p_B(A)$ est égal à :
a. 0,36 b. 0,5 c. 0,625 d. 0,8

5 A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

Le tableau ci-contre donne les probabilités de l'expérience.

	A	$\bar{A}$	Total
B	0,3	0,2	0,5
$\bar{B}$	0,15	0,35	0,5
Total	0,45	0,55	1

- Donner les valeurs de $p(A)$ et $p(B)$.
- Donner les valeurs de $p(A \cap B)$ et $p(A \cap \bar{B})$.
- Traduire sous forme de probabilité les valeurs 0,2 ; 0,35 ; 0,55.

6 A, B, C et D désignent des événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire. Le tableau des probabilités ci-dessous reprend les données de l'expérience.

	A	B	C	Total
D	0,2	0,1	0,1	0,4
$\bar{D}$	0,25	0,15	0,2	0,6
Total	0,45	0,25	0,3	1

- À l'aide du tableau, préciser les valeurs de :
 $p(B \cap D), p(A \cap \bar{D}), p(B), p(\bar{D})$
- En déduire les valeurs de $p_B(D)$ et $p_{\bar{D}}(A)$.

7 On choisit un chien au hasard dans un élevage. On note L l'événement « Le chien choisi est un labrador », B « Le chien choisi est un berger allemand » et S « Le chien choisi est sevré ».

- Ecrire sous forme de probabilités faisant intervenir L, B et S les événements suivants :
a. 55 % des chiens sont des labradors.
b. 36 % des chiens sont des bergers allemands sevrés.
c. 64 % des labradors sont sevrés.
- À l'aide de pourcentages, traduire par une phrase les probabilités suivantes :
a. $p(B) = 0,8$ b. $p_B(S) = 0,80$
c. $p(B \cap \bar{S}) = 0,09$

8 Parmi ses salariés, une société compte 70 % d'employés commerciaux. 80 % d'entre eux

possèdent une voiture de fonction, alors que parmi les employés qui ne sont pas des commerciaux, seulement 10 % possèdent une voiture de fonction.

On interroge au hasard un employé de la société.

On considère les événements suivants :

C : « L'employé interrogé est un commercial »

V : « L'employé interrogé possède une voiture de fonction »

- Déduire des informations de l'énoncé :
a. les probabilités $p(C)$ et $p(\bar{C})$
b. les probabilités $p_C(V)$ et $p_{\bar{C}}(V)$
- a. Définir par une phrase l'événement $C \cap V$ et calculer sa probabilité.
b. Définir par une phrase l'événement $\bar{C} \cap V$ et calculer sa probabilité.

9 A et B désignent deux événements tels que :

$$p(A) = 0,72 ; p(B) = 0,47 \text{ et } p(A \cup B) = 0,88$$

Déterminer $p(A \cap B)$, puis $p_B(A)$ et $p_A(B)$.

10 C et D désignent deux événements tels que :

$$p(C) = \frac{2}{5} ; p_C(D) = \frac{3}{4} ; p_D(C) = \frac{3}{7}$$

- Déterminer $p(C \cap D)$.
- a. Exprimer $p(D)$ en fonction de $p(C \cap D)$ et $p_D(C)$.
b. En déduire la valeur de $P(D)$.

11 On lance un dé. Quelle est la probabilité d'obtenir un six, sachant que le nombre obtenu est pair ?

12 On prélève 250 pièces issues d'une production pour contrôler sa qualité. On s'aperçoit que 25 ont une masse non conforme. 10 sont trop lourdes et 15 sont trop légères. On admet que cet échantillon est représentatif de l'ensemble de la production. On choisit au hasard une pièce parmi celles prélevées. Sachant que la pièce prélevée a une masse inadéquate, quelle est la probabilité qu'elle soit trop lourde ?

13 Le tableau ci-dessous donne les résultats du baccalauréat de 160 élèves de terminales d'un lycée selon leur filière.

	Général	Techno	Pro	Total
Admis	63	56	28	147
Refusés	7	2	4	13
Total	70	58	32	160

Après la publication des résultats, on choisit au hasard un élève de terminale de ce lycée.

On considère les événements :

A : « L'élève choisi est admis »

G : « L'élève choisi est un élève issu de la filière générale »

T : « L'élève choisi est un élève issu de la filière technologique »

P : « L'élève choisi est un élève issu de la filière professionnelle ».

Pour chaque question, choisir la bonne réponse.

- La valeur arrondie au centième de la probabilité que l'élève choisi soit un élève issu de la filière professionnelle est :
a. 0,18 b. 0,19 c. 0,20 d. 0,36
- La valeur arrondie au centième de la probabilité de l'événement $A \cap G$ est :
a. 0,39 b. 0,43 c. 0,9 d. 0,92
- La valeur arrondie au centième de la probabilité que l'élève choisi soit un élève admis sachant qu'il s'agit d'un élève issu de la filière technologique est :
a. 0,35 b. 0,38 c. 0,97 d. 0,36

14 Une plateforme de jeux vidéo propose en téléchargement 9 600 titres différents, dont certains sont gratuits. Les jeux sont rangés dans deux catégories : les jeux d'actions et les autres jeux. Le tableau suivant en donne la répartition.

	Payants	Gratuits	Total
Jeux d'action	1 728	1 104	2 832
Autres jeux	3 456	3 312	6 768
Total	5 184	4 416	9 600

On choisit au hasard un des jeux proposés par la plateforme.

- Déterminer la probabilité de l'événement A « Le jeu choisi est un jeu d'action ».
- Déterminer la probabilité de l'événement G « Le jeu choisi est un jeu gratuit ».
- Déterminer la probabilité que le jeu choisi soit un jeu d'action payant.
- Sachant que le jeu choisi est un jeu gratuit, déterminer la probabilité que ne soit pas un jeu d'action.
- Le jeu choisi n'étant pas un jeu d'action, déterminer la probabilité qu'il soit payant.

15 Des personnes atteintes d'une maladie ont accepté de servir de cobayes pour tester l'efficacité d'un nouveau médicament. On a donné à certaines d'entre elles le médicament, les autres ont pris un placebo. On choisit au hasard une personne ayant participé à l'expérimentation et on considère les événements :

A : « La personne choisie a vu son état de santé s'améliorer »,

M : « La personne choisie a été traitée avec le médicament »,

P : « La personne choisie a été traitée avec un placebo ».

Les résultats de l'expérience sont donnés dans le tableau de probabilités suivant.

	A	$\bar{A}$	Total
M	51%	16%	67%
P	5%	28%	33%
Total	56%	44%	100%

Si nécessaire, arrondir les résultats à 0,01 près.

- Indiquer la signification des valeurs 5 % et 44 %
- Déterminer $p_A(M)$.
- Déterminer la probabilité que la personne choisie n'ait pas vu son état de santé s'améliorer sachant qu'elle a pris le médicament.

16 Une étude sur les habitudes de consommation est réalisée auprès d'une population. Il en ressort que, dans la population, 57 % des personnes ont participé aux soldes d'hiver, 76 % des personnes ont participé aux soldes d'été et 42 % des personnes ont participé aux deux. On interroge au hasard une personne de cette population.

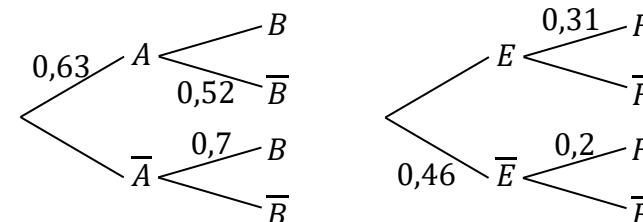
On considère les événements :

H : « La personne interrogée a participé aux soldes d'hiver »

E : « La personne interrogée a participé aux soldes d'été ».

- Décrire l'expérience aléatoire à l'aide d'un tableau des probabilités.
- Pourquoi est-il pertinent d'utiliser un tableau pour décrire cette expérience aléatoire ?

17 Compléter les arbres pondérés ci-dessous.



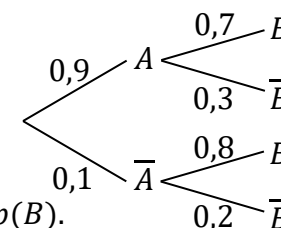
18 On considère l'arbre pondéré ci-contre.

- Vérifier que :

$$p(A \cap B) = 0,63$$

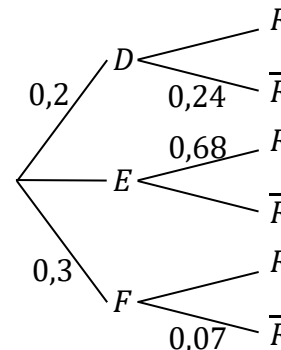
$$p(\bar{A} \cap B) = 0,08$$

- En déduire la valeur de $p(B)$.



19 1. Compléter l'arbre pondéré ci-contre.

- Calculer $p(D \cap R)$, $p(E \cap R)$ et $p(F \cap R)$
- Utiliser la formule des probabilités totales pour déterminer la valeur de $p(R)$.



20 Un sondage est effectué auprès de vacanciers sur leurs pratiques sportives pendant leurs congés. Il révèle que 15 % des personnes pratiquent la natation, dont 20 % pratiquent également le cyclisme. De plus, parmi les personnes ne pratiquant pas la natation, 35 % font du cyclisme. On rencontre au hasard un vacancier. On considère les événements suivants :

N : « Le vacancier pratique la natation »

C : « Le vacancier pratique le cyclisme »

- Traduire en termes de probabilités les données numériques de l'énoncé.
- Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

21 Les trois principaux services de soins d'un centre hospitalier sont l'hématologie, la diabétologie et l'urologie. Les seringues utilisées sont fournies soit par le laboratoire Clamex, soit par le laboratoire Spara.

On choisit au hasard et de manière équiprobable un patient qui a eu une prise de sang dans l'un des trois services cités précédemment. On considère les événements suivants :

C : « La seringue utilisée a été fournie par Clamex »

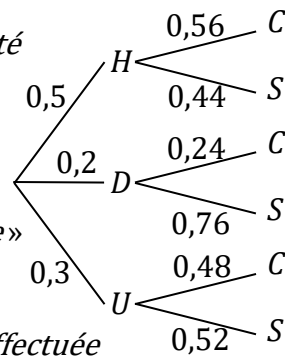
S : « La seringue utilisée a été fournie par Spara »

D : « La prise de sang a été effectuée en diabétologie »

U : « La prise de sang a été effectuée en urologie »

H : « La prise de sang a été effectuée en hématologie »

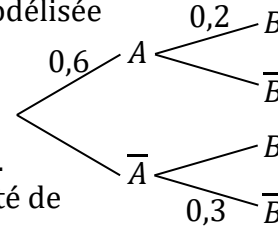
- Indiquer la signification des nombres 0,2 et 0,48.
- Quelle est la probabilité de l'événement H ?
 - Quelle est la probabilité que la seringue utilisée ait été fournie par Clamex, sachant qu'elle a été utilisée en diabétologie ?



- Calculer la probabilité de l'événement « Le patient choisi a subi une prise de sang en urologie avec une seringue fournie par Spara ».
- Calculer $p(S)$ et $p_S(D)$.

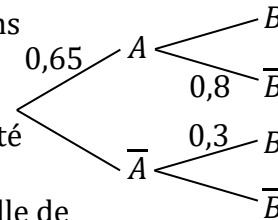
22 On considère deux événements A et B associés à une expérience aléatoire modélisée par l'arbre pondéré ci-contre.

- Indiquer la signification des nombres 0,6 ; 0,2 ; 0,3.
- Compléter l'arbre pondéré.
- Déterminer la probabilité de l'événement $A \cap B$.
 - Calculer $p(B)$.



23 Indiquer si les affirmations proposées sont vraies ou fausses, puis justifier. On considère l'arbre de probabilité ci-contre.

- La probabilité conditionnelle de B sachant A est égale à 0,2.
- La probabilité de B est égale à 0,5.



24 Dans une population, on estime qu'il naît 51 % de garçons et 49 % de filles. Si le premier enfant d'une famille est une fille, dans 75 % des cas il y a un deuxième enfant. Si le premier enfant est un garçon, il y a un deuxième enfant dans 20 % des cas. On choisit, au hasard dans cette population, une famille ayant au moins un enfant.

On considère les événements suivants :

F : « Le premier enfant de cette famille est une fille »

D : « Cette famille a eu un deuxième enfant »

Pour chacune des questions, choisir la bonne réponse.

- La valeur de $p(D)$ est :
 - 0,4695
 - 0,53025
 - 0,3675
 - 0,75
- La probabilité que la famille ait au moins deux enfants et que le premier soit une fille est :
 - 0,1225
 - 0,49
 - 0,3675
 - 1,24

25 Une box de crossfit ouvre dans une commune composée de 9 000 femmes et 6 000 hommes. Un sondage montre que 40 % des femmes sont prêtes à s'abonner contre seulement 15 % d'hommes. On rencontre au hasard un habitant de la commune. Soit les événements suivants :

F : « La personne rencontrée est une femme »

H : « La personne rencontrée est un homme »

A : « La personne est prête à s'abonner »

- Montrer que $p(F) = 0,6$.
- Pourquoi est-il pertinent d'utiliser un arbre pondéré pour décrire cette expérience aléatoire ? Construire cet arbre pondéré.
- Expliciter par une phrase l'événement $F \cap A$.
 - Calculer la probabilité de $F \cap A$.
- Calculer la probabilité que la personne rencontrée soit un homme prêt à s'abonner à la box.
- Pauline trouve un papier du sondage d'un habitant sur lequel est écrit « Je ne veux pas m'abonner au centre de fitness ». Déterminer la probabilité que ce soit l'écriture d'une femme.

26 L'inactivité physique est un facteur de risque majeur dans le développement des maladies cardio-vasculaires. Pour évaluer la situation en France, une enquête portant sur un échantillon de 2 000 personnes âgées de 18 à 65 ans a été menée. En voici les résultats :

- 9 % des personnes sont atteintes d'une maladie cardio-vasculaire
- parmi les personnes atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 45 % pratiquent une activité physique régulière
- parmi les personnes non atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 60 % pratiquent une activité physique régulière

Une campagne de sensibilisation affirme qu'une activité physique régulière fait baisser de plus de 30 % la probabilité d'être atteint d'une maladie cardio-vasculaire. Qu'en pensez-vous ? Justifier.

27 Dans un cybercafé, la probabilité qu'un ordinateur soit infecté par un virus durant la journée est 0,05. Un logiciel antivirus analyse tous les soirs les ordinateurs du cybercafé. Si un virus est présent, alors le logiciel antivirus indique sa présence dans 96 % des cas. S'il n'y a pas de virus, ce logiciel indique néanmoins la présence d'un virus dans 3 % des cas. On choisit au hasard un des ordinateurs du cybercafé. En utilisant la formule des probabilités totales, déterminer la probabilité que le logiciel détecte un virus.

28 Les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques. On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique. On note S l'événement « *Le voyageur fait sonner le portique* » et M l'événement « *Le voyageur porte un objet métallique* ».

On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique et on admet que :

- lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98
- lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

1. a. Déterminer la probabilité que le portique sonne.
b. Déterminer la probabilité d'avoir un « faux positif », c'est-à-dire la probabilité que le passager ne porte pas d'objet métallique et que le portique sonne.
2. a. Si le portique sonne pour un passager, quelle est la probabilité que ce passager porte un objet métallique ?
b. Quelle est la proportion de « faux positifs » parmi les passagers pour lesquels le portique a sonné ?
c. Commenter les résultats obtenus aux questions précédentes.

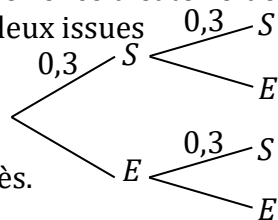
29 A et B sont deux événements indépendants de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

1. $p(A) = 0,84$ et $p(B) = 0,75$: calculer $p(A \cap B)$.
2. $p(A) = \frac{4}{15}$ et $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$: calculer $p(B)$.

30 Voici un arbre pondéré incomplet modélisant la répétition d'une même expérience aléatoire de manière indépendante, avec deux issues : succès (S) ou échec (E).

1. Compléter l'arbre pondéré.

2. En déduire la probabilité d'obtenir exactement un succès.



31 On lance un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

On considère les événements suivants :

A : « *Le nombre obtenu est pair* »

B : « *Le nombre obtenu est un multiple de trois* »

C : « *Le nombre obtenu est inférieur ou égal à trois* »

1. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
2. Même question pour A et C , puis pour B et C .

32 Une enquête a été effectuée sur le temps de parcours quotidien entre le domicile et le lieu de travail des employés d'une entreprise composée de 3 services que l'on notera a , b et c . Les résultats sont dans le tableau ci-dessous :

Service	a	b	c	Total
Temps ≤ 30 min	198	112	130	440
Temps > 30 min	252	138	170	560
Total	450	250	300	1 000

On choisit au hasard un employé de cette entreprise. On considère les événements suivants :

A : « *L'employé fait partie du service a* »

B : « *L'employé fait partie du service b* »

C : « *L'employé fait partie du service c* »

M : « *L'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise* »

1. Les événements A et M sont-ils indépendants ?
2. Les événements B et M sont-ils indépendants ?

33 Agathe, qui vient d'apprendre qu'elle a réussi son examen du code de la route, appelle chacun de ses parents sur leurs téléphones pour leur annoncer la nouvelle. On note A l'événement « *Son père répond à son appel* » et B l'événement « *Sa mère répond à son appel* ».

On sait que $p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,75$. De plus, on fait l'hypothèse que ces deux événements sont indépendants.

Quelle est la probabilité pour qu'Agathe puisse annoncer la nouvelle à ses deux parents ?

34 Lors d'un test de sélection, un QCM est proposé aux candidats. Ce QCM comporte deux questions qui ont chacune 3 réponses possibles parmi lesquelles une seule est juste.

Un candidat répond au hasard à ce QCM.

1. Représenter les différentes issues possibles de cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités
2. En déduire la probabilité pour que le candidat ait au moins une réponse juste.

35 Un automobiliste effectue un parcours sur lequel se trouvent deux feux tricolores qui fonctionnent de manière autonome et indépendante. Ces feux possèdent le même cycle : vert : 25 secondes, orange : 5 secondes, rouge : 30 secondes.

Quelle est la probabilité que l'automobiliste rencontre au moins un feu rouge ?

36 D'après une enquête menée auprès d'une population, on a constaté que :

- 60 % de la population sont des femmes
 - 56 % des femmes travaillent à temps partiel
 - 36 % de la population travaillent à temps partiel
- On interroge une personne dans la population. Elle affirme travailler à temps partiel. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?