

MATHEMATIQUES N°7

Remarques : Dernière ligne droite : premier contrôle du troisième trimestre !

Exercice 1 : (7,5 points)

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (4x + 5)(9 - 2x)$.

a. Etudier le signe de f . (cela revient à faire son tableau de signes...)

b. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$.

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par $g(x) = \frac{2}{3-x} - 5$.

a. Vérifier que $g(x) = \frac{5x-13}{3-x}$.

b. Etudier le signe de g .

c. Donner les solutions de : $g(x) = 0$ et $g(x) \geq 0$.

Exercice 2 : (5,5 points)

1. Un chef d'entreprise annonce dans la presse : « Dans notre entreprise, le salaire moyen est de 2 500 € par mois ! »

a. Concrètement, qu'est-ce que cela signifie ?

b. Voilà la grille de réparation des salaires :

Poste	Informaticien	Programmeur	Ingénieur	Directeur
Effectif	60	30	9	1
Salaire	1 900	2 200	6 000	15 000

Vérifier l'affirmation du chef d'entreprise.

c. Que peut-on penser de son affirmation ?

2. Toto a la pression : après avoir obtenu un 9 coefficient 2 et un 15 coefficient 1, il ne lui reste plus qu'un contrôle pour avoir les 14 de moyenne que sa maman lui avait demandés. Le coefficient de contrôle sera 3 : quelle note Toto doit-il obtenir pour atteindre cet objectif ?

3. A la fin du trimestre, un professeur observe que la moyenne de sa classe est trop élevée : elle est en effet de 14/20. Il décide donc de baisser toutes les moyennes de 20%. Mais il trouve finalement que c'est un peu rude, et après cette baisse il augmente ensuite les moyennes de 2 points.

a. Quelle sera la nouvelle moyenne de sa classe ?

b. Que peut-on penser de cette situation ? On détaillera les choses, selon les situations.

Exercice 3 : (7 points)

1. Résoudre l'inéquation $x - 3 \geq (x - 3)(4x + 2)$

On pourra montrer que cette équation équivaut à l'inéquation : $(x - 3)(-4x - 1) \geq 0$

2. Résoudre l'inéquation $\frac{2}{4x-3} \leq \frac{4}{2-x}$

Bonus : (+1,25 points)

1. Qu'est-ce que la stéganographie ? (en 2-3 lignes maximum)

2. Quelle est la différence entre la stéganographie et la cryptographie ?

3. En 1973, le boxeur américain Ken Norton disait : « *Mohamed Ali trouvait horriblement efficaces mes attaques, très imprévisibles quelquefois, uniques et spectaculaires.* ».

Quel message cachait-il dans cette citation ?

4. Pérec a camouflé le prénom de sa bien-aimée dans le texte qui termine l'article : comment s'appelait-elle ?

MATHEMATIQUES N°7

Exercice 1 : (7,5 points)

1. a. $4x + 5 = 0$

$4x = -5$

$x = \frac{-5}{4}$

$9 - 2x = 0$

$9 = 2x$

$\frac{9}{2} = x$

x	$-\infty$	$\frac{-5}{4}$	$\frac{9}{2}$	$+\infty$
$4x + 5$	-		+	+
$9 - 2x$	+		+	-
$f(x)$	-		+	-

(2)

b. $f(x) < 0$ donne donc $x \in \left] -\infty; \frac{-5}{4} \right[\cup \left] \frac{9}{2}; +\infty \right[$ (1)

2. a. $\frac{2}{3-x} - 5 = \frac{2-5(3-x)}{3-x}$
 $= \frac{2-15+5x}{3-x}$
 $= \frac{5x-13}{3-x} = g(x)$ (1)

b. $5x - 13 = 0$

$5x = 13$

$x = \frac{13}{5}$

VI : $3 - x = 0$

$3 = x$

x	$-\infty$	$\frac{13}{5}$	3	$+\infty$
$5x - 13$	-		+	+
$3 - x$	+		+	-
$g(x)$	-		+	-

(2,5)

c. L'équation $g(x) = 0$ a une seule solution : $x = \frac{13}{5}$ (0,5)

Et $g(x) \geq 0$ pour $x \in \left[\frac{13}{5}; 3 \right]$ (0,5)

Exercice 2 : (5,5 points)

1. a. Si tout le monde avait le même salaire dans cette entreprise, ce serait 2 500 €. (0,5)

b. $\bar{x} = \frac{60 \times 1\,900 + 30 \times 2\,200 + 9 \times 6\,000 + 1 \times 15\,000}{60 + 30 + 9 + 1}$
 $= \frac{249\,000}{100}$
 $= 2\,490$

On peut dire que l'affirmation du chef d'entreprise est correcte. (0,75)

c. Quoi que correcte, son affirmation est un peu trompeuse : 90% des personnes travaillant dans son entreprise gagnent moins de 2 500 €. on est donc loin de pouvoir dire que « tout le monde gagne 2 500 € ». (0,75)

2. Actuellement, Toto dispose de $9 \times 2 + 15 = 33$ points.

Il lui en faut $14 \times (2 + 1 + 3) = 14 \times 6 = 84$ pour arriver à 13 de moyenne.

$84 - 33 = 51$ et $51 : 3 = 17$

Il lui faut donc 17 au dernier contrôle. (1,5)

3. a. La nouvelle moyenne sera de $14 \times 0,8 + 2 = 11,2 + 2 = 13,2$ (0,75)

b. Globalement, la moyenne va donc baisse : ce n'est pas une bonne nouvelle pour les élèves.

Les élèves avec les meilleurs moyennes seront désavantagés, mais les élèves avec les moyennes les plus faibles seront avantagés.

Par exemple, un élève ayant 20 de moyenne se retrouvera avec 18 mais un élève avec 0 de moyenne aurait alors ... 2 de moyenne. (1,25)

Plus précisément, c'est à partir de 10 de moyenne que les choses basculent : un élève avec 10 de moyenne gardera la même moyenne...

Exercice 3 : (7 points)

1. $x - 3 \geq (x - 3)(4x + 2)$

$x - 3 - (x - 3)(4x + 2) \geq 0$

$(x - 3)(1 - (4x + 2)) \geq 0$

$(x - 3)(1 - 4x - 2) \geq 0$

$(x - 3)(-4x - 1) \geq 0$ (1)

$x - 3 = 0$

$x = 3$

$-4x - 1 = 0$

$-1 = 4x$

$\frac{-1}{4} = x$

x	$-\infty$	$\frac{-1}{4}$	3	$+\infty$
$x - 3$	-		-	+
$-4x - 1$	+		-	-
$(x - 3)(-4x - 1)$	-		+	-

Donc $x \in \left[\frac{-1}{4}; 3 \right]$. (2,5)

$$2. \frac{2}{4x-3} \leq \frac{4}{2-x}$$

$$\frac{4x-3}{2} - \frac{2-x}{4} \leq 0$$

$$\frac{4x-3}{2(2-x)} - \frac{2-x}{4(4x-3)} \leq 0$$

$$\frac{(4x-3)(2-x)}{4-2x-16x+12} \leq 0$$

$$\frac{(4x-3)(2-x)}{16-18x} \leq 0 \quad \textcircled{1}$$

$$16 - 18x = 0$$

$$16 = 18x$$

$$\frac{16}{18} = x$$

$$\text{VI} : 4x - 3 = 0$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$\text{VI} : 2 - x = 0$$

$$2 = x$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$\frac{16}{18}$	2	$+\infty$
$16 - 18x$	+	+	-	-	
$4x - 3$	-	+	+	+	
$2 - x$	+	+	+	-	
$\frac{16 - 18x}{(4x - 3)(2 - x)}$	-		+	-	

$$\text{Donc } x \in \left] -\infty ; \frac{3}{4} \right[\cup \left[\frac{16}{18} ; 2 \right[\quad \textcircled{2,5}$$

Bonus : (+1,25 points)

1. La sténographie est l'art de cacher des messages, de rendre leur présence insoupçonnable. $\textcircled{+0,25}$

2. En cryptographie, on code des messages et il faut une clé pour décoder. En sténographie, le message initial est compréhensible et on ne soupçonne généralement pas le message qu'il cache. $\textcircled{+0,5}$

3. Le message caché est MATHEMATIQUES (1ère lettre de chaque mot). $\textcircled{+0,25}$

4. Catherine. $\textcircled{+0,25}$