

MATHEMATIQUES N°2

Remarques : merci de respecter les consignes données en classe lors de la remise du 1^{er} contrôle : soin et rédaction pourront être sanctionnés.

Exercice 1 : (6 points) Extrait BAC 2024

Un sondage réalisé en France fournit les informations suivantes :

- 60 % des plus de 15 ans ont l'intention de regarder les Jeux olympiques et paralympiques (JOP) de Paris 2024 à la TV ;
- parmi ceux qui ont l'intention de regarder les JOP, 8 personnes sur 9 déclarent pratiquer une activité sportive régulière.

On choisit au hasard une personne de plus de 15 ans. On note :

- J : La personne a l'intention de regarder les JOP Paris 2024 à la TV
- S : La personne choisie déclare pratiquer une activité sportive régulière

Les probabilités seront données sous la forme d'une fraction irréductible et les calculs seront détaillés.

0. Effectuer un arbre pondéré correspondant à cette situation.

1. Démontrer que la probabilité que la personne choisie ait l'intention de regarder les JOP de Paris 2024 à la TV et déclare pratiquer une activité sportive régulière est de $\frac{8}{15}$.

Selon ce sondage, deux personnes sur trois parmi les plus de 15 ans déclarent pratiquer une activité sportive régulière.

2. a. Calculer la probabilité que la personne choisie n'ait pas l'intention de regarder les JOP de Paris 2024 à la TV et déclare pratiquer une activité sportive régulière.

b. En déduire la probabilité de S sachant $\bar{J}$ notée $P_{\bar{J}}(S)$.

Exercice 2 : (8 points)

1. Factoriser $f(x) = 7x^2 + 16x - 15$

2. Déterminer les racines de $g(x) = 28 - 84x + 63x^2$

3. Sachant que 2 est une racine de $h(x) = 3x^2 - 11x + 10$, déterminer la seconde racine, sans calculer Δ et en détaillant les calculs.

4. Sur insta : - Wesh Momo, c'est Adam. Je cherche une fonction du 2nd degré.
- OK, balance tout, je vais t'aider bro.
- Alors, sa seule racine c'est -3 ; et l'image de 0 c'est -5.
- C'est bon, je crois j'ai trouvé ! Cette fonction, c'est...

Et bim ! Plus de batterie, ça coupe... Peux-tu aider Adam du coup ?

On donnera la réponse sous la forme $ax^2 + bx + c$.

Exercice 3 : (3 points)

Pour Halloween, Mister D prépare un sac de friandises qui contient 40 bonbons, dont 10 à la morue salée et les autres au caramel beurre salé.

Chaque fois qu'un enfant passe, Mister D lui permet de prendre un et un seul bonbon. Et juste après, quel que soit le bonbon choisi par l'enfant, Mister D le remplace en ajoutant dans le sac un bonbon à la morue salée.

On notera M_1 (respectivement M_2) l'événement :

« Le 1^{er} (respectivement le 2nd) enfant tombe sur un bonbon à la morue salée ».

Quelle est la probabilité que le 2nd enfant tombe sur un bonbon à la morue salée ?

On donnera une réponse sous forme de fraction puis en pourcentage par arrondi au centième.

Exo 4 : (3 points)

Soit $b \in \mathbb{R}$. On considère l'équation $(b - 3)x^2 + bx + 4 = 0$.

Déterminer la ou les valeurs de b pour lesquelles cette équation admette une unique solution.

Bonus : (+1,75 points)

1. Quel philosophe a écrit le discours de la méthode ?
2. Selon ce philosophe, quel est le meilleur moyen d'éviter les erreurs de jugement ?
3. Au-delà des mathématiques, que recherche-t-il avec cette méthode ?
4. Combien de règles régissent le discours de la méthode ?
5. Peux-tu en citer une ?
6. Quel est le principe fondamental de ce philosophe, en latin ?
7. Sans explications, quelle est la probabilité que le 3^{ème} enfant tombe sur un bonbon à la morue salée, en pourcentage au centième près ?

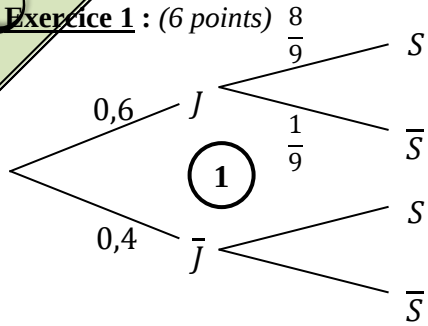
Corrigé

MATHEMATIQUES N°2

Respect de l'écriture des exercices

(+0,25)

Exercice 1 : (6 points)



$$\begin{aligned} 1. p(J \cap S) &= 0,6 \times \frac{8}{9} \\ &= \frac{0,48}{9} = \frac{48}{90} \\ &= \frac{6 \times 8}{6 \times 15} = \frac{8}{15} \end{aligned} \quad (1,5)$$

2. a. $p(S) = p(J \cap S) + p(\bar{J} \cap S)$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{15} + p(\bar{J} \cap S)$$

$$\frac{2}{3} - \frac{8}{15} = p(\bar{J} \cap S)$$

$$\frac{10}{15} - \frac{8}{15} = p(\bar{J} \cap S)$$

$$p(\bar{J} \cap S) = \frac{2}{15} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} b. P_{\bar{J}}(S) &= \frac{p(\bar{J} \cap S)}{p(\bar{J})} \\ &= \frac{\frac{2}{15}}{0,4} = \frac{2}{15} \times \frac{1}{0,4} \\ &= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (1,5)$$

Exercice 2 : (8 points)

$$\begin{aligned} 1. \Delta &= 16^2 - 4 \times 7 \times (-15) \\ &= 256 + 420 \\ &= 676 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-16 - \sqrt{676}}{2 \times 7} \\ &= \frac{-16 - 26}{14} \\ &= \frac{-42}{14} = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-16 + \sqrt{676}}{2 \times 7} \\ &= \frac{-16 + 26}{14} \\ &= \frac{10}{14} = \frac{5}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où } f(x) &= 7(x - (-3)) \left(x - \frac{5}{7}\right) \\ &= (x + 3)(7x - 5) \end{aligned} \quad (2) \quad (+0,25)$$

$$\begin{aligned} 2. \Delta &= (-84)^2 - 4 \times 63 \times 28 \\ &= 7056 - 7056 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{84}{2 \times 63} \\ &= \frac{84}{126} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned} \quad (1,5)$$

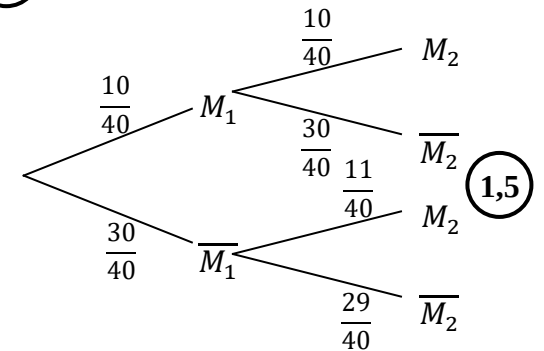
$$\begin{aligned} 3. \text{ Le produit des racines est } P &= \frac{10}{3} \text{ donc } 2 \times x_2 = \frac{10}{3} \\ x_2 &= \frac{10}{3} : 2 = \frac{5}{3} \end{aligned} \quad (1,5)$$

$$\begin{aligned} 4. \text{ On a } f(x) &= a(x - (-3))^2 = a(x + 3)^2 \\ \text{De plus, } f(0) &= -5. \text{ D'où } -5 = a(0 + 3)^2 \\ -5 &= a \times 9 \\ \frac{-5}{9} &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } f(x) &= \frac{-5}{9}(x + 3)^2 \\ &= \frac{-5}{9}(x^2 + 6x + 9) \\ &= \frac{-5}{9}x^2 - \frac{10}{3}x - 5 \end{aligned} \quad (3)$$

Exercice 3 : (3 points)

$$\begin{aligned} p(M_2) &= \frac{10}{40} \times \frac{10}{40} + \frac{30}{40} \times \frac{11}{40} \\ &= \frac{100}{1600} + \frac{330}{1600} \\ &= \frac{430}{1600} \\ &\approx 26,88\% \end{aligned} \quad (1,5)$$



Exo 4 : (3 points)

On doit avoir $\Delta = 0$. Autrement dit :

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4 \times (b - 3) \times 4 \\ 0 &= b^2 - 16b + 48 \end{aligned} \quad (1,5)$$

Résolvons cette nouvelle équation :

$$\begin{aligned} \Delta &= (-16)^2 - 4 \times 1 \times 48 \\ &= 256 - 192 \\ &= 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{16 - \sqrt{64}}{2 \times 1} \\ &= \frac{16 - 8}{2} \\ &= \frac{8}{2} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{16 + \sqrt{64}}{2 \times 1} \\ &= \frac{16 + 8}{2} \\ &= \frac{24}{2} = 12 \end{aligned} \quad (1,5)$$

$(b - 3)x^2 + bx + 4 = 0$ admet donc une unique solution lorsque $b = 4$ ou $b = 12$.

Bonus : (+1,75 points)

1. Descartes a écrit le discours de la méthode ? (+0,25)
2. Selon Descartes, le meilleur moyen d'éviter les erreurs de jugement est le doute. (+0,25)
3. Descartes cherche la Vérité (+0,25)
4. Quatre règles régissent le discours de la méthode (+0,25)
5. La règle d'évidence ou d'analyse ou de l'ordre ou du dénombrement (+0,25)
6. Cogito, ergo sum. (+0,25)
7. $\frac{10}{40} \times \frac{10}{40} + \frac{10}{40} \times \frac{30}{40} + \frac{11}{40} \times \frac{30}{40} + \frac{11}{40} \times \frac{29}{40} = \frac{18370}{64000} \approx 28,70\%$ (+0,25)