

MATHEMATIQUES N°7

Remarques : Calculs rédigés, phrase réponse : on s'applique !

Exercice 1 : (7 points)

1° Résoudre $f(x) \leq 0$ avec $f(x) = (8x + 4)(8 - 2x)(2 - 5x)^2$

2° Résoudre $g(x) \geq 0$ avec $g(x) = \frac{(5 - 4x)}{(x + 2)(9 - 3x)}$

Exercice 2 : (2 points)

Voici les notes de mathématiques de Jacqueline au second trimestre :

15 (coeff. 0,5) 8 (coeff. 3) 9 (coeff. 2) 18 (coeff. 0,5)

Le dernier contrôle est coefficient 4, et il permet à Jacqueline d'avoir une moyenne de 11,25 / 20.

En expliquant la démarche, déterminer la note obtenue par Jacqueline à ce dernier contrôle.

Exercice 3 : (5,5 points)

Voici les notes du dernier contrôle de maths d'une classe de 34 élèves :

0	1	1,5	2	2	2	3	5	7	9
9,5	10	10	10	10,5	10,5	11	11,5	12	12,5
12,5	13	13	13	13	14	14,5	15	15	15
15,5	16	16,5	17						

1° a. Sans indiquer le calcul effectué, donner la valeur de la moyenne arrondie au dixième près.

b. Interpréter cette valeur.

2° a. En expliquant la démarche, déterminer la médiane de ce contrôle.

b. Interpréter cette valeur.

3° Comment expliquer l'écart entre ces deux valeurs ?

4° a. Compléter le tableau ci-dessous directement sur le sujet :

Notes	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 12[	[12 ; 15[	[15 ; 20]
Effectifs					

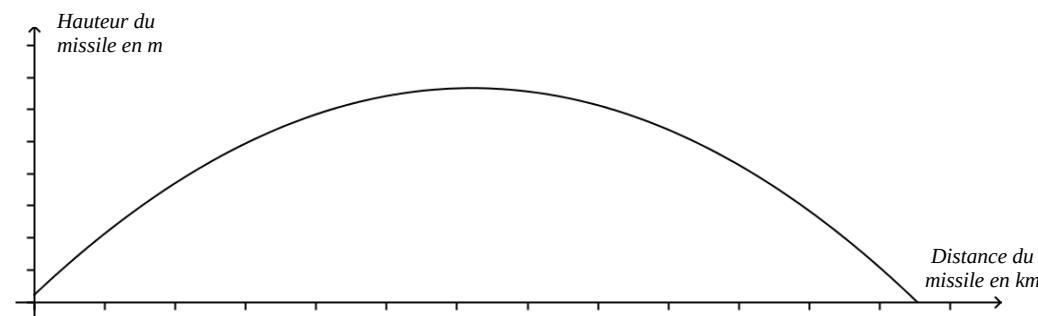
b. Calculer la moyenne de la classe à partir de ce tableau.

c. Peut-on expliquer la différence entre cette moyenne et celle obtenue à la question 1°.

Exercice 4 : (5,5 points)

De nombreuses questions peuvent être traitées, même en en laissant d'autres de côté.

Les Canards laqués décident de lancer une attaque surprise sur les Lapins masqués. Ils envoient donc un missile chargé de carottes transgéniques dont la trajectoire est parabolique. Si on note x l'abscisse du missile, son ordonnée est égale à $f(x) = -0,2x^2 + 51,6x + 51,8$



1° Pour que la cible soit atteinte, le point d'impact doit se trouver entre 250 et 260 km.

a. Vérifier que $f(x) = -0,2(x - 118)^2 + 2\,880$

b. Vérifier que l'abscisse du point d'impact est solution de l'équation $(x - 118)^2 = 14\,400$

c. Résoudre cette équation et déterminer l'abscisse du point d'impact du missile des Canards laqués.

2° La défense anti-aérienne des Lapins masqués peut repérer le missile lorsque sa hauteur est inférieure à 1 600 m.

a. Vérifier que cela revient à résoudre $-0,2(x - 38)(x - 198) \leq 0$.

b. Résoudre cette inéquation.

c. En déduire la zone dans laquelle la défense anti-aérienne est capable de détecter le missile. On précise que les radars des Lapins masqués ne peuvent pas détecter le missile s'il est trop loin, c'est-à-dire à une abscisse inférieure à 180 km...

Bonus : a. Comment un géologue peut-il affirmer que le cours d'une rivière a changé il y a 2 000 004 ans ?

b. L'augmentation du nombre de cigognes en Alsace coïncide avec l'augmentation de la natalité : peut-on en déduire que ce sont bien les cigognes qui apportent les bébés ?

c. Si 90% des accidents de voiture surviennent à moins de 5 km de chez soi, cela signifie-t-il qu'il faut rapidement sortir de cette zone ?

d. Compléter cette citation : « Il existe trois sortes de mensonges : les ..., les ... et les ... »

MATHEMATIQUES N°7

Exercice 1 : (7 points)

1° On a :

$$\begin{array}{lll} 8x + 4 = 0 & 8 - 2x = 0 & 2 - 5x = 0 \\ 8x = -4 & 8 = 2x & 2 = 5x \\ x = \frac{-4}{8} = -0,5 & x = \frac{8}{2} = 4 & x = \frac{2}{5} = 0,4 \end{array}$$

x	$-\infty$	$-0,5$	$0,4$	4	$+\infty$
$8x + 4$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$8 - 2x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$(2 - 5x)^2$	$+$	$+$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Donc $x \in]-\infty; -0,5] \cup \{0,4\} \cup [4; +\infty[$ (3,5)

2° On a :

$$\begin{array}{lll} 5 - 4x = 0 & x + 2 = 0 & 9 - 3x = 0 \\ 5 = 4x & x = -2 & 9 = 3x \\ x = \frac{5}{4} = 1,25 & & x = \frac{9}{3} = 3 \end{array}$$

x	$-\infty$	-2	$1,25$	3	$+\infty$
$5 - 4x$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$x + 2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$9 - 3x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Donc $x \in]-2; 1,25] \cup]3; +\infty[$ (3,5)

Exercice 2 : (2 points)

Je note x la quatrième note de Jacqueline.

$$\bar{x} = \frac{15 \times 0,5 + 8 \times 3 + 9 \times 2 + 18 \times 0,5 + 4x}{0,5 + 3 + 2 + 0,5 + 4}$$

$$11,25 = \frac{7,5 + 24 + 18 + 9 + 4x}{10}$$

$$11,25 \times 10 = 58,5 + 4x$$

$$112,5 - 58,5 = 4x$$

$$x = \frac{54}{4} = 13,5$$

Jacqueline a obtenu 13,5 au dernier contrôle. (2)

Exercice 3 : (5,5 points)

1° a. On obtient $\bar{x} \approx 10,1$. (0,5)

b. C'est comme si tous les élèves avaient obtenu 10,1 à ce contrôle. (0,5)

2° a. Il y a 34 élèves : la médiane est donc entre le 17^{ème} et le 18^{ème} élève, c'est-à-dire entre 11 et 11,5.

La médiane est donc 11,25. (1)

b. La moitié (au moins) des élèves a obtenu moins de 11,25 et l'autre moitié plus de 11,25. (0,5)

3° Dans la « mauvaise moitié » de la classe, on a des notes extrêmes et pas dans la « bonne moitié » : ce sont ces extrêmes qui font baisser la moyenne de la classe. (1)

4° a.

Notes	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 12[	[12 ; 15[	[15 ; 20]
Effectifs	7	4	7	9	7

b. Voilà la nouvelle moyenne :

$$\bar{x} = \frac{7 \times 2,5 + 4 \times 7,5 + 7 \times 11 + 9 \times 13,5 + 7 \times 17,5}{34}$$

$$= \frac{368,5}{34} \approx 10,8 \quad (0,75)$$

c. Dans plusieurs intervalles, les notes sont inférieures à la moyenne de la classe. Par exemple, tous les élèves de l'intervalle [15 ; 20] ont des notes inférieures à 17,5 et on fait comme s'ils avaient tous 17,5 : cela fait monter la moyenne de la classe ! (0,5)

Exercice 4 : (5,5 points)

1° a. $-0,2(x - 118)^2 + 2\,880 = -0,2(x^2 - 236x + 13\,924) + 2\,880$

$$= -0,2x^2 + 47,2x - 2\,784,8 + 2\,880$$

$$= -0,2x^2 + 47,2x + 95,2$$

$$= f(x) \quad (0,5)$$

b. Le point d'impact est la valeur de x pour laquelle $f(x) = 0$.

$$-0,2(x - 118)^2 + 2\,880 = 0$$

$$-0,2(x - 118)^2 = -2\,880$$

$$(x - 118)^2 = \frac{-2\,880}{-0,2}$$

$$(x - 118)^2 = 14\,400 \quad (0,5)$$

c. On a donc deux possibilités :

$$\begin{array}{ll} x - 118 = \sqrt{14\,400} & \text{ou} \quad x - 118 = -\sqrt{14\,400} \\ x = \sqrt{14\,400} + 118 & \text{ou} \quad x = -\sqrt{14\,400} + 118 \\ = 120 + 118 & = -120 + 118 \\ = 238 & = -2 \end{array}$$

La valeur -2 étant impossible, le point d'impact se situe à 238 km : la cible sera bien atteinte !

1

2° a. Il faut résoudre $f(x) \leq 1\,600$

$$-0,2x^2 + 47,2x + 95,2 \leq 1\,600$$

$$-0,2x^2 + 47,2x + 95,2 - 1\,600 \leq 0$$

$$-0,2x^2 + 47,2x - 1\,504,8 \leq 0$$

$$\begin{aligned} \text{Or, } -0,2(x - 38)(x - 198) &= -0,2(x^2 - 198x - 38x + 7\,524) \\ &= -0,2x^2 + 39,6x + 7,6x - 1\,504,8 \\ &= -0,2x^2 + 47,2x - 1\,504,8 \end{aligned}$$

Cela revient donc bien à résoudre $-0,2(x - 38)(x - 198) \leq 0$.

1,25

$$\text{b. } x - 38 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 198 = 0$$

$$x = 38 \quad \text{ou} \quad x = 198$$

x	$-\infty$	38	198	$+\infty$
$-0,2$	—		—	—
$x - 38$	—	0	+	+
$x - 198$	—	—	0	+
Tout	—	0	+	0

Donc $x \in]-\infty ; 38] \cup [198 ; +\infty[$.

1,75

c. Or, $x > 180$ donc la défense anti-aérienne des Lapins masqués peut repérer le missile dès que x est supérieur à 198 km.

0,5

Bonus : a. Il a lu dans un magazine datant de 4 ans que le cours de la rivière avait changé il y a 2 000 000 d'années.

+0,25

b. Non : lorsque la population des villes augmente, le nombre de nids de cigognes augmente, et le nombre de naissances aussi.

+0,25

c. Non : c'est juste que la plus grande partie du temps, on conduit près de chez soi...

+0,25

d. Les mensonges, les sacrés mensonges et les statistiques.

+0,25