

MATHEMATIQUES N°6

Remarques : Calculs rédigés, phrase réponse : on s'applique !

Exercice 1 : (2 points)

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ deux vecteurs.

1. Calculer les coordonnées de $\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$
2. Vérifier que $\|\vec{w}\| = 17$

Exercice 2 : (2,75 points)

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $M(5 ; 4)$, $D(1 ; -4)$ et $R(-1 ; 2)$.

Quelle est la nature du triangle MDR ?

Exercice 3 : (7,75 points)

Les questions de cet exercice sont indépendantes.

Résoudre les équations suivantes :

- a. $(5 - 3x)^2 = 49$
- b. $(3x + 5)(7 - x)(4x - 2) = 0$
- c. $\frac{2 - 3x}{5 - 6x} = 2$
- d. $3x^2 - 13x + 33 = 8 + 7x - x^2$

Exercice 4 : (2 points)

1. Les vecteurs $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 12 \\ 42 \end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?
2. Déterminer le réel x pour que les vecteurs $\vec{v}_1 \begin{pmatrix} 5x \\ 9 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}_2 \begin{pmatrix} 5 \\ 3x \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

Exercice 5 : (1,5 points)

Les points $Z(5 ; 3)$, $U(-1 ; -8)$ et $U(3 ; 0)$ sont-ils alignés ?

Exercice 6 : (2 points)

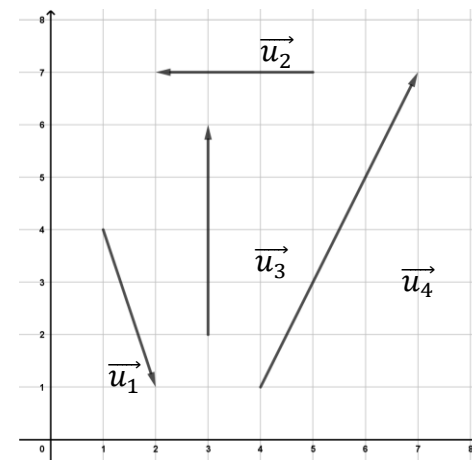
Soient $E(2 ; 5)$, $R(-1 ; 3)$ et $C(4 ; -1)$. Déterminer les coordonnées du point I pour qu'ERIC soit un parallélogramme.

Exercice 7 : (2 points)

Par lecture graphique, donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$ et $\vec{u}_4$:

$$\vec{u}_1 \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \quad \vec{u}_2 \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\vec{u}_3 \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \quad \vec{u}_4 \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$



Bonus : a. Le titre de l'article est « *Au temps...* »

- b. Selon l'article, qu'offrait-on généralement à Noël à cette époque ?
- c. Si le 1^{er} exemple avait été « *Un marchand achète une pièce d'étoffe à 5 F le mètre. Il en vend le tiers à 6 F, le septième à 11 F et le reste à prix coûtant. Il réalise ainsi un bénéfice de 125 F.* », quelle fausse position aurait-on pu choisir pour résoudre facilement ce problème ?
- d. Quel est le thème du 2^{ème} exemple de l'article ?
- e. Un père a 32 ans et son fils en a 7. Dans combien de temps l'âge du père sera-t-il le double de celui de son fils ?

MATHEMATIQUES N°6

Exercice 1 : (2 points)

1) $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \times 3 - 2 \times (-3) \\ 3 \times (-2) - 2 \times 1 \end{pmatrix}$ c'est-à-dire $\vec{w} = \begin{pmatrix} 15 \\ -8 \end{pmatrix}$ (1)

2. $\|\vec{w}\| = \sqrt{15^2 + (-8)^2}$
 $= \sqrt{225 + 64}$
 $= \sqrt{289}$
 $= 17$ (1)

Exercice 2 : (2,75 points)

$$\begin{aligned} MD^2 &= (1-5)^2 + (-4-4)^2 \\ &= (-4)^2 + (-8)^2 \\ &= 16 + 64 \\ &= 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DR^2 &= (-1-1)^2 + (2-(-4))^2 \\ &= (-2)^2 + 6^2 \\ &= 4 + 36 \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RM^2 &= (5-(-1))^2 + (4-2)^2 \\ &= 6^2 + 2^2 \\ &= 36 + 4 \\ &= 40 \end{aligned} \quad (1,5)$$

On remarque que $MD^2 = DR^2 + RM^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, MDR est rectangle en R. (0,75)

De plus $RM = DR$ donc MDR est rectangle isocèle en R. (0,5)

Exercice 3 : (7,75 points)

a. $5 - 3x = \sqrt{49}$ ou $5 - 3x = -\sqrt{49}$
 $-3x = 7 - 5$ ou $-3x = -7 - 5$
 $x = \frac{2}{-3} = \frac{-2}{3}$ ou $x = \frac{-12}{-3} = 4$ (1,5)

b. $3x + 5 = 0$ ou $7 - x = 0$ ou $4x - 2 = 0$
 $3x = -5$ ou $7 = x$ ou $4x = 2$
 $x = \frac{-5}{3}$ ou $x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (2)

c. Il faut que $5 - 6x \neq 0$
 $5 \neq 6x$
 $\frac{5}{6} \neq x$ (0,5)

$$\frac{2-3x}{5-6x} = 2 \text{ devient } 2-3x = 2(5-6x)$$

$$\begin{aligned} 2-3x &= 10-12x \\ 12x-3x &= 10-2 \\ 9x &= 8 \\ x &= \frac{8}{9} \end{aligned} \quad (1,5)$$

d. $3x^2 - 13x + 33 = 8 + 7x - x^2$
 $3x^2 - 13x + 33 - 8 - 7x + x^2 = 0$
 $4x^2 - 20x + 25 = 0$
 $(2x - 5)^2 = 0$
 $2x - 5 = 0$
 $2x = 5$
 $x = \frac{5}{2}$ (2,25)

Exercice 4 : (2 points)

1. On peut remarquer que $\vec{u}_2 = 6\vec{u}_1$ (0,5) Ou sinon, $\det(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = 2 \times 42 - 7 \times 12 = 84 - 84 = 0$

2. Il faut que $5x \times 3x - 9 \times 5 = 0$
 $15x^2 - 45 = 0$
 $15x^2 = 45$
 $x^2 = \frac{45}{15} = 3$
 $x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$ (1,5)

Exercice 5 : (1,5 points)

$$\begin{aligned} \vec{ZU} &= \begin{pmatrix} -1-5 \\ -8-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -11 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{ZT} = \begin{pmatrix} 3-5 \\ 0-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \\ \det(\vec{ZU}, \vec{ZT}) &= -6 \times (-3) - (-11) \times (-2) \\ &= 18 - 22 \\ &= -4 \end{aligned}$$

Les points Z, U et T ne sont donc pas alignés. (1,5)

Exercice 6 : (2 points)

On note I(x ; y). Pour qu'ERIC soit un parallélogramme, il faut que $\vec{ER} = \vec{CI}$.

$$\begin{aligned} \vec{ER} &= \begin{pmatrix} -1-2 \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{CI} = \begin{pmatrix} x-4 \\ y-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-4 \\ y+1 \end{pmatrix} \\ \begin{cases} x-4 = -3 \\ y+1 = -2 \end{cases} &\quad \text{donc} \quad \begin{cases} x = -3+4 = 1 \\ y = -2-1 = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Il faut donc prendre I(1 ; -3). (2)

Exercice 7 : (2 points)

$$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad (0,5) \quad \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (0,5) \quad \vec{u}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (0,5) \quad \vec{u}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad (0,5)$$

Bonus : a. Au temps du certificat d'études.

b. Une orange

c. On choisirait 21 car c'est un multiple de 3 et de 7. (+0,25)

d. Une salle de spectacle, avec des places vendues...

e. Dans 18 ans.