

MATHEMATIQUES N°2

Remarques : Présentation, rédaction, tout sera pris en compte !

Exercice 1 : (4 points)

Factoriser : $A = \frac{1}{3-2x} - 5$ $B = \frac{3}{x-3} - \frac{2}{3x+2}$ $C = \frac{3}{3x+7} - \frac{5}{49-9x^2}$

Exercice 2 : (1,5 points)

1° Développer $(\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7})$

2° En déduire une écriture sans racine au dénominateur de $D = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$

Exercice 3 : (5,5 points)

1. Ecrire les nombres suivants sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec c le plus petit possible :

$$E = \sqrt{72} + 4\sqrt{50} - \sqrt{18} \quad F = \sqrt{847} - 3\sqrt{448} + 4\sqrt{28}$$

2. Simplifier l'écriture de $G = \sqrt{1 + \frac{3}{7}} \times \sqrt{1 - \frac{3}{7}}$

3. Comparer les nombres $H = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ et $I = \sqrt{3} + 2$.

Exercice 4 : (2,5 points)

Soit ABC un triangle tel que $AC = 3 + 2\sqrt{2}$, $BC = \sqrt{3} + 2\sqrt{6}$ et $BA = \sqrt{10}$.

1. Développer et simplifier AC^2 , BC^2 et BA^2 .

2. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

Exercice 5 : (5 points)

Ecrire les nombres suivants sous la forme a^n :

$$\begin{array}{lll} J = \frac{x^{-6} \times x^8}{(x^4)^{-3}} & K = \frac{10^{77}}{0,000\,01} & L = \frac{1\,000\,000 \times 10^{-53}}{10^{93}} \\ M = 27 \times 9^3 & N = 7^6 \times 49 & O = 7^4 \times 2^{-3} \times 128 \end{array}$$

Exercice 6 : (1,5 points)

Donner la notation scientifique et la valeur décimale de $P = \frac{90 \times 10^{-7} \times 0,4 \times 10^3}{720 \times 10^{-9}}$

Bonus : Compléter en indiquant le mot manquant :

a. « C'est la numération de ... que nous employons encore aujourd'hui : le chiffre 1 vaut 100 dans 143 et 1 dans 21. »

b. « Les Babyloniens n'utilisaient que deux symboles : le ... et le chevron ».

c. « Les Mayas utilisaient un symbole spécial, une sorte de ..., pour signaler l'absence d'un chiffre à un certain rang. » (c'est-à-dire une sorte de 0 finalement !)

d. « Pour les ..., la nouvelle numération est un formidable gain de temps et d'énergie : les calculs se simplifient. » (le mot manquant est une catégorie professionnelle, un métier)

MATHEMATIQUES N°2

Remarques : Présentation, rédaction, tout sera pris en compte !

Exercice 1 : (4 points)

Factoriser : $A = \frac{1}{3-2x} - 5$ $B = \frac{3}{x-3} - \frac{2}{3x+2}$ $C = \frac{3}{3x+7} - \frac{5}{49-9x^2}$

Exercice 2 : (1,5 points)

1° Développer $(\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7})$

2° En déduire une écriture sans racine au dénominateur de $D = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$

Exercice 3 : (5,5 points)

1. Ecrire les nombres suivants sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec c le plus petit possible :

$$E = \sqrt{72} + 4\sqrt{50} - \sqrt{18} \quad F = \sqrt{847} - 3\sqrt{448} + 4\sqrt{28}$$

2. Simplifier l'écriture de $G = \sqrt{1 + \frac{3}{7}} \times \sqrt{1 - \frac{3}{7}}$

3. Comparer les nombres $H = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ et $I = \sqrt{3} + 2$.

Exercice 4 : (2,5 points)

Soit ABC un triangle tel que $AC = 3 + 2\sqrt{2}$, $BC = \sqrt{3} + 2\sqrt{6}$ et $BA = \sqrt{10}$.

1. Développer et simplifier AC^2 , BC^2 et BA^2 .

2. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

Exercice 5 : (5 points)

Ecrire les nombres suivants sous la forme a^n :

$$\begin{array}{lll} J = \frac{x^{-6} \times x^8}{(x^4)^{-3}} & K = \frac{10^{77}}{0,000\,01} & L = \frac{1\,000\,000 \times 10^{-53}}{10^{93}} \\ M = 27 \times 9^3 & N = 7^6 \times 49 & O = 7^4 \times 2^{-3} \times 128 \end{array}$$

Exercice 6 : (1,5 points)

Donner la notation scientifique et la valeur décimale de $P = \frac{90 \times 10^{-7} \times 0,4 \times 10^3}{720 \times 10^{-9}}$

Bonus : Compléter en indiquant le mot manquant :

a. « C'est la numération de ... que nous employons encore aujourd'hui : le chiffre 1 vaut 100 dans 143 et 1 dans 21. »

b. « Les Babyloniens n'utilisaient que deux symboles : le ... et le chevron ».

c. « Les Mayas utilisaient un symbole spécial, une sorte de ..., pour signaler l'absence d'un chiffre à un certain rang. » (c'est-à-dire une sorte de 0 finalement !)

d. « Pour les ..., la nouvelle numération est un formidable gain de temps et d'énergie : les calculs se simplifient. » (le mot manquant est une catégorie professionnelle, un métier)

MATHEMATIQUES N°2

Exercice 1 : (4 points)

$$A = \frac{1}{3-2x} - 5$$

$$= \frac{1-5(3-2x)}{3-2x}$$

$$= \frac{1-15+10x}{3-2x}$$

$$= \frac{-14+10x}{3-2x} \quad (1,25)$$

$$B = \frac{3}{x-3} - \frac{2}{3x+2}$$

$$= \frac{3(3x+2) - 2(x-3)}{(x-3)(3x+2)}$$

$$= \frac{9x+6-2x+6}{(x-3)(3x+2)}$$

$$= \frac{7x+12}{(x-3)(3x+2)} \quad (1,25)$$

$$C = \frac{3}{3x+7} + \frac{5}{49-9x^2}$$

$$= \frac{3}{3(7-3x)} - \frac{5}{(7-3x)(7+3x)}$$

$$= \frac{3(7+3x) - 5(7-3x)}{(7-3x)(7+3x)}$$

$$= \frac{21+9x-35+15x}{(7-3x)(7+3x)}$$

$$= \frac{24x-14}{(7-3x)(7+3x)} \quad (1,5)$$

Exercice 2 : (1,5 points)

$$1^\circ (\sqrt{3}-\sqrt{7})(\sqrt{3}+\sqrt{7}) = 3-7$$

$$= -4 \quad (0,5)$$

$$2^\circ D = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{7})}{(\sqrt{3}+\sqrt{7})(\sqrt{3}-\sqrt{7})}$$

$$= \frac{3-\sqrt{21}}{-4}$$

$$= \frac{\sqrt{21}-3}{4} \quad (1)$$

Exercice 3 : (5,5 points)

$$1. E = \sqrt{72} + 4\sqrt{50} - \sqrt{18}$$

$$= \sqrt{36 \times 2} + 4\sqrt{25 \times 2} - \sqrt{9 \times 2}$$

$$= 6\sqrt{2} + 4 \times 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2} + 20\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$$

$$= 23\sqrt{2} \quad (1,5)$$

$$F = \sqrt{847} - 3\sqrt{448} + 4\sqrt{28}$$

$$= \sqrt{121 \times 7} - 3\sqrt{64 \times 7} + 4\sqrt{4 \times 7}$$

$$= 11\sqrt{7} - 3 \times 8\sqrt{7} + 4 \times 2\sqrt{7}$$

$$= 11\sqrt{7} - 24\sqrt{7} + 8\sqrt{7}$$

$$= -5\sqrt{7} \quad (1,5)$$

$$2. G = \sqrt{1 + \frac{3}{7}} \times \sqrt{1 - \frac{3}{7}}$$

$$= \sqrt{\left(1 + \frac{3}{7}\right)\left(1 - \frac{3}{7}\right)} = \sqrt{1 - \frac{9}{49}}$$

$$= \sqrt{\frac{40}{49}} = \frac{\sqrt{4 \times 10}}{\sqrt{49}} = \frac{2\sqrt{10}}{7} \quad (1,25)$$

$$3. H^2 = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}^2$$

$$= 7 + 4\sqrt{3}$$

$$I^2 = (\sqrt{3} + 2)^2$$

$$= 3 + 4\sqrt{3} + 4$$

$$= 7 + 4\sqrt{3}$$

Donc $H^2 = I^2$
Or, $H > 0$ et $I > 0$
Donc $H = I$. 1,25

Exercice 4 : (2,5 points)

$$1. AC^2 = (3 + 2\sqrt{2})^2$$

$$= 9 + 12\sqrt{2} + 4 \times 2$$

$$= 17 + 12\sqrt{2} \quad (0,5)$$

$$BC^2 = (\sqrt{3} + 2\sqrt{6})^2$$

$$= 3 + 4\sqrt{18} + 4 \times 6$$

$$= 3 + 4\sqrt{9 \times 2} + 24$$

$$= 27 + 4 \times 3\sqrt{2}$$

$$= 27 + 12\sqrt{2} \quad (1)$$

$$BA^2 = \sqrt{10}^2$$

$$= 10 \quad (0,25)$$

2. On remarque que $BC^2 = AC^2 + BA^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A. 0,75

Exercice 5 : (5 points)

$$J = \frac{x^{-6} \times x^8}{(x^4)^{-3}}$$

$$= \frac{x^2}{x^{-12}}$$

$$= x^{14} \quad (1)$$

$$K = \frac{10^{77}}{0,00001}$$

$$= \frac{10^{77}}{10^{-5}}$$

$$= 10^{82} \quad (0,75)$$

$$L = \frac{1\,000\,000 \times 10^{-53}}{10^{93}}$$

$$= 10^6 \times 10^{-146}$$

$$= 10^{-140} \quad (0,75)$$

$$M = 27 \times 9^3$$

$$= 3^3 \times 9^3$$

$$= 27^3 \quad (0,75)$$

$$N = 7^6 \times 49$$

$$= 7^6 \times 7^2$$

$$= 7^8 \quad (0,75)$$

$$O = 7^4 \times 2^{-3} \times 128$$

$$= 7^4 \times 2^{-3} \times 2^7$$

$$= 7^4 \times 2^4$$

$$= 14^4 \quad (1)$$

Exercice 6 : (1,5 points)

$$P = \frac{90 \times 10^{-7} \times 0,4 \times 10^3}{720 \times 10^{-9}}$$

$$= \frac{90 \times 0,4}{720} \times \frac{10^{-7} \times 10^3}{10^{-9}}$$

$$= 0,05 \times \frac{10^{-4}}{10^{-9}}$$

$$= 0,05 \times 10^5$$

$$= 5 \times 10^3$$

$$= 5\,000$$

Not. Sci. 1,5
Val. Déc.

Bonus :

a. Position (+0,25)

b. Clou (+0,25)

c. Coquillage (+0,25)

d. Commerçants (+0,25)

$$\begin{aligned} \text{f. } A &= \frac{2x + 39}{(5 - x)(2x + 3)} - 2 \\ &= \frac{2x + 39 - 2(5 - x)(2x + 3)}{(5 - x)(2x + 3)} \\ &= \frac{2x + 39 - 2(10x + 15 - 2x^2 - 3x)}{(5 - x)(2x + 3)} \\ &= \frac{2x + 39 - 20x - 30 + 4x^2 + 6x}{(5 - x)(2x + 3)} \\ &= \frac{4x^2 - 12x + 9}{(5 - x)(2x + 3)} = \frac{(2x - 3)^2}{(5 - x)(2x + 3)} \end{aligned}$$

(+0,75)