

MATHEMATIQUES N°2

Remarque : présentation et rédaction sont à soigner !

Exercice 1 : (6 points)

Au tennis, le joueur qui « est au service » joue une première balle.

Si elle est jugée « bonne », il joue l'échange et peut gagner ou perdre.

Si elle est jugée « fautive », il joue une deuxième balle.

Si cette deuxième balle est jugée « bonne », il joue l'échange et peut gagner ou perdre. Et si cette deuxième balle est jugée « fautive », il perd.

On désigne par

S_1 : l'évènement « La 1^{ère} balle de service est « bonne » »

S_2 : l'évènement « La 2^{ème} balle de service est « bonne » »

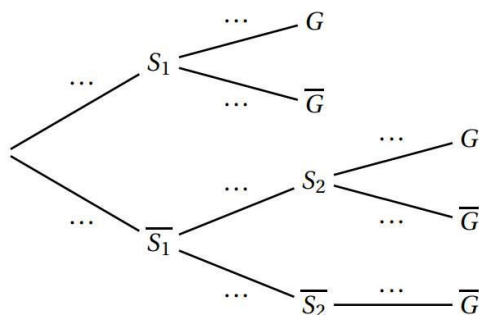
G : l'évènement « Le point est gagné par le joueur qui est au service »

Pour le joueur Naderer qui est au service, on dispose des données suivantes :

- sa première balle de service est jugée « bonne » dans 40 % des cas
- sa deuxième balle de service est jugée « bonne » dans 90 % des cas
- si sa première balle de service est jugée « bonne », il gagne l'échange dans 70 % des cas
- si sa deuxième balle de service est jugée « bonne », il gagne l'échange dans 60 % des cas

1. Recopier et compléter

l'arbre ci-contre :



2. A quelle situation correspond l'évènement $S_1 \cap G$? Calculer $P(S_1 \cap G)$.
3. Montrer que la probabilité que le joueur Naderer gagne l'échange est 0,604.
4. Sachant que le joueur Naderer a gagné l'échange, calculer la probabilité que sa première balle de service ait été jugée « bonne ». Le résultat sera arrondi au millièème.

Exercice 2 : (4 points)

1° Résoudre $-3x^2 + 23x - 14 = 0$.

2° Déterminer les racines de $P(x) = 4x^2 - 2x + 0,25$

Exercice 3 : (2 points)

On donne $p(A) = 0,4$; $p(B) = 0,2$; $p_B(A) = 0,6$. Déterminer $p_A(B)$.

Exercice 4 : (2 points)

Déterminer tous les réels c tels que $-3x^2 + 3x + c = 0$ n'ait pas de solution.

On donnera la réponse finale sous la forme $c \in \dots$

Exercice 5 : (4,5 points)

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif. L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.

Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.

On interroge un élève au hasard dans le lycée.

On considère les évènements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Montrer que la probabilité $p(T)$ de l'évènement T est 0,59.
4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif. Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ? Le résultat sera arrondi à 10^{-2} .

Exercice 6 : (1,5 points)

1° Quelle équation faut-il résoudre pour déterminer les deux nombres dont la somme vaut -140 et le produit vaut $4\,731$?

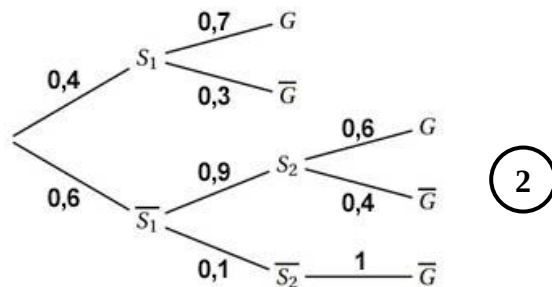
2° Sans aucune explication, donner ces deux nombres.

Bonus :

- a. Quel mathématicien italien a introduit la notation folle $\sqrt{-1}$?
- b. Quelle notation Euler proposa-t-il bien plus tard pour remplacer $\sqrt{-1}$?
- c. Que vaut i^2 ?
- d. Quel mathématicien introduisit le nom de « complexe » pour ces nouveaux nombres ?
- e. Que valent x_1 et x_2 lorsque $\Delta < 0$? (ça, c'est difficile !)

MATHEMATIQUES N°2

Exercice 1 : (6 points)



2. $S_1 \cap G$: « Naderer réussit sa 1^{ère} balle et gagne le point ».

$$P(S_1 \cap G) = 0,4 \times 0,7 = 0,28 \quad (0,75)$$

$$3. P(G) = 0,28 + (0,6 \times 0,9 \times 0,6) = 0,28 + 0,324 = 0,604 \quad (1,25)$$

$$4. P_G(S_1) = \frac{P(S_1 \cap G)}{P(G)} = \frac{0,28}{0,604} \approx 0,464 \quad (1,5)$$

Exercice 2 : (4 points)

$$1^\circ \Delta = 23^2 - 4 \times (-3) \times (-14) = 529 - 168 = 361$$

$$\text{D'où : } x_1 = \frac{-23 - \sqrt{361}}{2 \times (-3)} = \frac{-23 - 19}{-6} = \frac{-42}{-6} = 7$$

et

$$x_2 = \frac{-23 + \sqrt{361}}{2 \times (-3)} = \frac{-23 + 19}{-6} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$2^\circ \Delta = (-2)^2 - 4 \times 4 \times 0,25 = 4 - 4 = 0$$

$$\text{D'où } x_0 = \frac{2}{2 \times 4} = \frac{1}{4} \quad (1,5)$$

Exercice 3 : (2 points)

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{p_B(A) \times p(B)}{p(A)} = \frac{0,6 \times 0,2}{0,4} = 0,3 \quad (2)$$

Exercice 4 : (2 points)

$$\Delta = 3^2 - 4 \times (-3) \times c = 9 + 12c$$

Il faut que $\Delta < 0$: $9 + 12c < 0$

$$12c < -9$$

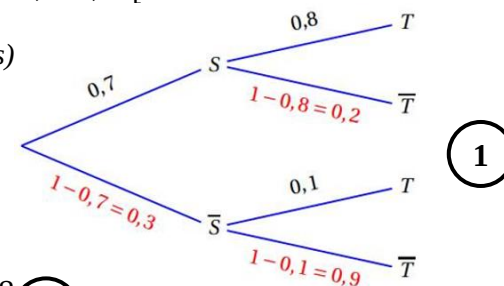
$$c < \frac{-9}{12}$$

$$c < -0,75$$

Il faut donc que $c \in]-\infty ; -0,75[$.

Exercice 5 : (4,5 points)

1.



$$2. P(S \cap T) = 0,7 \times 0,8 = 0,56 \quad (0,75)$$

$$3. p(T) = 0,56 + 0,3 \times 0,1 = 0,56 + 0,03 = 0,59 \quad (1,25)$$

$$4. P_{\bar{T}}(S) = \frac{P(S \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,7 \times 0,2}{1 - 0,59} \approx 0,34 \quad (1,5)$$

Ses chances ne sont donc pas inférieures à 10%.

Exercice 6 : (1,5 points)

1° Il faut résoudre $x^2 + 140x + 4731 = 0$.

2° Ces deux nombres sont -57 et -83.

Bonus : (8 points)

a. Rafael Bombelli (+0,25)

b. Euler proposa i pour remplacer $\sqrt{-1}$. (+0,25)

c. i^2 vaut -1. (+0,25)

d. C'est Gauss qui a introduit le nom de « complexe ». (+0,25)

$$e. \text{ On a alors } x_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad (+0,5)$$