

MATHEMATIQUES N°1

Remarques : Merci d'accorder un soin particulier à la présentation et à la rédaction. Les exercices peuvent être faits dans l'ordre de ton choix.

Exercice 1 : (2,5 points)

1. Recopier et compléter par $\in$ ou $\notin$:

$$\frac{0}{38} \dots \mathbb{D} \quad -44 \dots \mathbb{N} \quad \frac{2}{3} \dots \mathbb{D} \quad \sqrt{2} \dots \mathbb{R}$$

2. Qu'est-ce qu'un nombre irrationnel ? Expliquer de manière très claire, puis donner deux exemples.

3. Que signifie $x \in \mathbb{R}^*$?

Exercice 2 : (1,5 points)

1. On donne $\sqrt{252} \approx 15,87450787$. Donner un encadrement de $\sqrt{252}$:

- A l'unité près
- A 0,01 près

2. Donner un arrondi à 10^{-4} près de π (utiliser la touche $\blacktriangleleft \blacktriangleright$ pour avoir la valeur décimale...)

Exercice 3 : (2 points)

1. Si l'on écoute Merlin : « L'inverse d'un nombre rationnel non nul est toujours un nombre rationnel. »

Vrai ou faux ? Justifier la réponse.

2. Adèle pense que l'inverse d'un nombre décimal non nul est toujours un nombre décimal. Alexandre n'est pas d'accord.

Qui a raison ? Justifier la réponse.

Exercice 4 : (1 points)

Aucune explication n'est demandée : seule la réponse compte.

Qui suis-je ?

Je suis un nombre décimal compris entre 1 et 9.

J'ai trois chiffres après la virgule.

Mon arrondi à l'unité est 7.

Mon chiffre des centièmes est égal à la moitié de mon chiffre des unités.

La somme de mes chiffres est égale à 18.

Mon chiffre des millièmes est différent de mon chiffre des centièmes, différent de celui des unités mais il est compris entre ces deux chiffres.

Je suis... je suis...

Exercice 5 : (6 points)

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A = (5 - 3x)^2$$

$$B = 6 - 4x(3 - 5x)$$

$$C = (2x + 5)(5 - 2x)$$

$$D = (7 + 3x)^2 - (7 + 3x)(x - 2)$$

$$E = (3x - 2)(x + 5) - (3x - 2)^2$$

$$F = (x + 1)(3 - x)(x - 2)$$

Exercice 6 : (7 points)

Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$$G = 2x^2 + 3x$$

$$H = 25x^2 - 16(5 - x)^2$$

$$I = (x + 2)^2 - (x + 2)(5x - 1)$$

$$J = 3x^2 - 30x + 75$$

$$K = 36 - 84x + 49x^2$$

$$L = 64x^2 - 17$$

$$M = 15x^2y - 12xy^2$$

Bonus 1 : Compléter le titre de l'article : « Les ... ultimes ».

Bonus 2 : Mis à part $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$, l'article introduit un autre ensemble de nombres avec une nouvelle lettre : de quelle lettre s'agit-il et comment s'appelle cet ensemble ?

Bonus 3 : sans explication, donner la fraction égale à 5,38383838383838...

MATHEMATIQUES N°1

Exercice 1 : (2,5 points)

1) Recopier et compléter par appartient ou n'appartient pas :

$$\frac{0}{38} \in \mathbb{D} \quad (0,25) \quad -44 \notin \mathbb{N} \quad (0,25) \quad \frac{2}{3} \notin \mathbb{D} \quad (0,25) \quad \sqrt{2} \in \mathbb{R} \quad (0,25)$$

2. Un nombre irrationnel est un nombre qui ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction, c'est-à-dire sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont des nombres entiers. (0,5)

$\sqrt{2}$ et π sont deux exemples de nombres irrationnels. (0,5)

3. $x \in \mathbb{R}^*$ signifie que x est un nombre quelconque, sauf 0. (0,5)

Exercice 2 : (1,5 points)

$$\begin{aligned} 1. a. 15 \leq \sqrt{252} \leq 16 & \quad (0,5) \\ b. 15,87 \leq \sqrt{252} \leq 15,88 & \quad (0,5) \end{aligned} \quad 2. \pi \approx 3,1416 \quad (0,5)$$

Exercice 3 : (2 points)

1. C'est vrai car l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$. (1)

2. Alexandre a raison : on peut le prouver avec un contre-exemple.

L'inverse du nombre décimal 3 est $\frac{1}{3}$ et ce n'est pas un nombre décimal car $\frac{1}{3} = 0,33333... (ça ne s'arrête jamais)$ (1)

Exercice 4 : (1 points)

Ce nombre s'écrit -, - - - puis 6, - - - et ensuite 6, - 3 -

La somme des deux chiffres manquants est 9.

Le chiffre des millièmes peut être 4 ou 5 car il est compris entre 3 et 6.

C'est donc 6,435 ou 6,534. Mais l'arrondi de 6,435 à l'unité est 6.

La bonne réponse est donc 6,534. (1)

Exercice 5 : (6 points)

$$\begin{aligned} A &= (5 - 3x)^2 \\ &= 25 - 30x + 9x^2 \end{aligned} \quad (0,5)$$

$$\begin{aligned} B &= 6 - 4x(3 - 5x) \\ &= 6 - 12x + 20x^2 \end{aligned} \quad (0,75)$$

$$\begin{aligned} C &= (2x + 5)(5 - 2x) \\ &= 25 - 4x^2 \end{aligned} \quad (0,75)$$

$$\begin{aligned} D &= (7 + 3x)^2 - (7 + 3x)(x - 2) \\ &= 49 + 42x + 9x^2 - (7x - 14 + 3x^2 - 6x) \\ &= 49 + 42x + 9x^2 - 7x + 14 - 3x^2 + 6x \\ &= 6x^2 + 41x + 63 \end{aligned} \quad (1,5)$$

$$\begin{aligned} E &= (3x - 2)(x + 5) - (3x - 2)^2 \\ &= 3x^2 + 15x - 2x - 10 - (9x^2 - 12x + 4) \\ &= 3x^2 + 15x - 2x - 10 - 9x^2 + 12x - 4 \\ &= -6x^2 + 25x - 14 \end{aligned} \quad (1,5)$$

$$\begin{aligned} F &= (x + 1)(3 - x)(x - 2) \\ &= (3x - x^2 + 3 - x)(x - 2) \\ &= (2x - x^2 + 3)(x - 2) \\ &= 2x^2 - 4x - x^3 + 2x^2 + 3x - 6 \\ &= -x^3 + 4x^2 - x - 6 \end{aligned} \quad (1)$$

Exercice 6 : (7 points)

$$\begin{aligned} G &= 2x^2 + 3x \\ &= x(2x + 3) \end{aligned} \quad (0,5)$$

$$\begin{aligned} H &= 25x^2 - 16(5 - x)^2 \\ &= (5x)^2 - (4(5 - x))^2 \\ &= (5x - 4(5 - x))(5x + 4(5 - x)) \\ &= (5x - 20 + 4x)(5x + 20 - 4x) \\ &= (9x - 20)(x + 20) \end{aligned} \quad (1,5)$$

$$\begin{aligned} I &= (x + 2)^2 - (x + 2)(5x - 1) \\ &= (x + 2)[(x + 2) - (5x - 1)] \\ &= (x + 2)(x + 2 - 5x + 1) \\ &= (x + 2)(3 - 4x) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} J &= 3x^2 - 30x + 75 \\ &= 3(x^2 - 10x + 25) \\ &= 3(x - 5)^2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} K &= 36 - 84x + 49x^2 \\ &= (6 - 7x)^2 \end{aligned} \quad (0,5)$$

$$\begin{aligned} L &= 64x^2 - 17 \\ &= (8x - \sqrt{17})(8x + \sqrt{17}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} M &= 15x^2y - 12xy^2 \\ &= 3xy(5x - 4y) \end{aligned} \quad (0,5)$$

Bonus 1 : « Les corps ultimes ». (+0,25)

Bonus 2 : Il s'agit de la lettre $\mathbb{C}$ pour les nombres « complexes ». (+0,25)

Bonus 3 : $\frac{533}{99}$ (+0,5)