

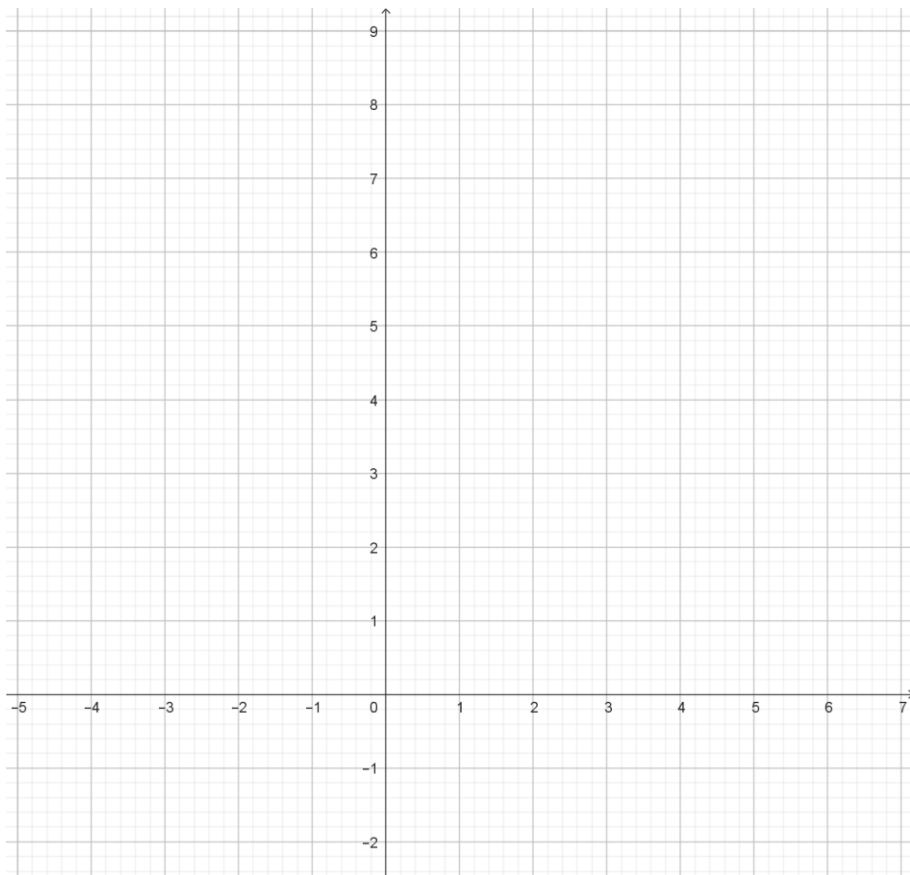
MATHEMATIQUES N°1

Remarques : Merci d'accorder un soin particulier à la présentation et à la rédaction. Les exercices peuvent être faits dans l'ordre de ton choix.

Exercice 1 : (4,5 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = -0,5x^2 + x + 7,5$. On note $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique.

1. Déterminer les coordonnées du sommet de $\mathcal{C}_f$.
2. Donner l'équation de l'axe de symétrie de $\mathcal{C}_f$.
3. Soit A le point de coordonnées (-3 ; 0). Vérifier que $A \in \mathcal{C}_f$.
4. Dédire des questions 2. et 3. les coordonnées d'un autre point de $\mathcal{C}_f$.
5. Tracer $\mathcal{C}_f$ et son axe de symétrie dans le repère ci-dessous.



Exercice 2 : (5,5 points)

Mettre sous forme canonique.

1. En effectuant le travail à la main : $f(x) = 5x^2 - 30x + 7$
2. En utilisant les formules : $g(x) = 3x^2 - 2x + 5$

Exercice 3 : (2,5 points)

Qui suis-je ? Je suis une fonction du 2nd degré f . Mon sommet a pour coordonnées (-3 ; 5) et je passe par le point de coordonnées (-2 ; 3).

On donnera la réponse finale sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Exercice 4 : (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 - 5x^2$.

f est-elle dérivable au point d'abscisse 1 ? Si oui, déterminer la valeur du nombre dérivé de f en 1.

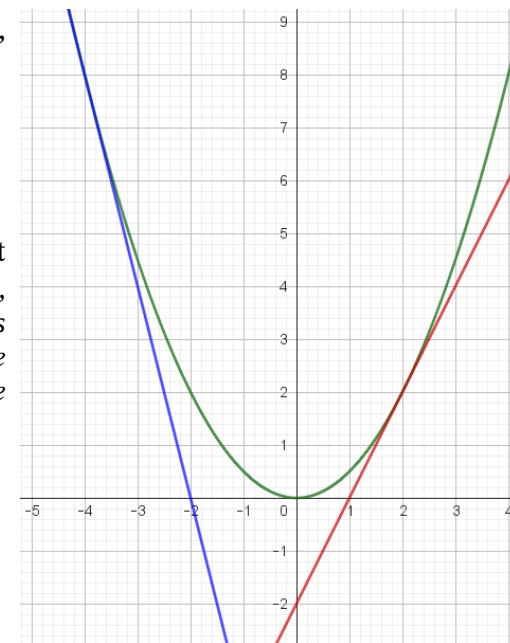
Exercice 5 : (3,5 points)

1. f est une fonction du 2nd degré de sommet (4 ; -3). Quelle est l'équation de sa tangente au point d'abscisse 4 ? Expliquer brièvement.
2. On a $g(x) = 2x^2 - 3x + 5$. On admet que $g'(-2) = -11$. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse -2.
3. a. Sur le graphique ci-contre, déterminer $h'(-4)$.
b. Déterminer graphiquement l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_h$ au point d'abscisse 2.

Bonus 1 : Compléter l'extrait suivant : « De même que nos notaires, les scribes ne cherchaient que des solutions La volonté d'exactitude n'est venue qu'avec la véritable naissance des mathématiques. »

Bonus 2 : Quel mathématicien français est à l'origine de la notation x pour les inconnues ? A quel siècle cela s'est-il produit ?

Bonus 3 : Quelle est la devise des Shadoks ?



MATHEMATIQUES N°1

Exercice 1 : (4,5 points)

$$1. \alpha = \frac{-1}{2 \times (-0,5)} = \frac{-1}{-1} = 1$$

Le sommet a pour coordonnées (1 ; 8). (1,5)

2. L'équation de l'axe de symétrie est $x = 1$. (0,5)

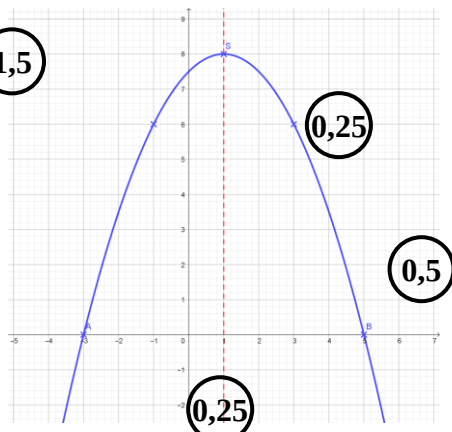
$$3. f(-3) = -0,5 \times (-3)^2 + (-3) + 7,5 = -0,5 \times 9 - 3 + 7,5 = 0$$

Donc A $\in \mathcal{C}_f$. (1)

4. Par symétrie, le point B(5 ; 0) appartient à $\mathcal{C}_f$. (0,5)

5. Il peut être judicieux d'ajouter deux points pour améliorer le tracé : (-1 ; 6) et son symétrique (3 ; 6) par exemple.

$$\begin{aligned} \beta &= f(1) \\ &= -0,5 \times 1^2 + 1 + 7,5 \\ &= -0,5 + 1 + 7,5 \\ &= 8 \end{aligned}$$



Exercice 2 : (5,5 points)

$$\begin{aligned} 1. f(x) &= 5x^2 - 30x + 7 \\ &= 5(x^2 - 6x) + 7 \\ &= 5(x^2 - 6x + 9 - 9) + 7 \\ &= 5((x-3)^2 - 9) + 7 \\ &= 5(x-3)^2 - 45 + 7 \\ &= 5(x-3)^2 - 38 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \alpha &= \frac{-(-2)}{2 \times 3} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \beta = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3} + 5 \\ &= \frac{1}{3} \quad \quad \quad = 3 \times \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + \frac{15}{3} \\ &= \frac{14}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } g(x) = 3 \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{14}{3}$$

Exercice 3 : (2,5 points)

On a $f(x) = a(x+3)^2 + 5$ car le sommet est S(-3 ; 5). (1)

De plus, $f(-2) = a(-2+3)^2 + 5 = 3$

$$a \times 1 + 5 = 3$$

$$a = 3 - 5 = -2$$

D'où $f(x) = -2(x+3)^2 + 5$

$$= -2(x^2 + 6x + 9) + 5$$

$$= -2x^2 - 12x - 18 + 5$$

$$= -2x^2 - 12x - 13$$

Exercice 4 : (4 points)

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{3 - 5(1+h)^2 - (3 - 5 \times 1^2)}{h}$$

$$= \frac{3 - 5(1 + 2h + h^2) - (3 - 5)}{h}$$

$$= \frac{3 - 5 - 10h - 5h^2 - (-2)}{h}$$

$$= \frac{-10h - 5h^2}{h}$$

$$= \frac{h(-10 - 5h)}{h} = -10 - 5h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} -10 - 5h = -10$$

Donc f est dérivable en 1 et $f'(1) = -10$

Exercice 5 : (3,5 points)

1. En son sommet, une parabole a une tangente horizontale : son coefficient directeur vaut donc 0.

Donc $f'(4) = 0$.

$$\begin{aligned} 2. y &= -11(x - (-2)) + g(-2) \\ &= -11(x + 2) + 2 \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 5 \\ &= -11x - 22 + 2 \times 4 + 6 + 5 \\ &= -11x - 3 \end{aligned}$$

$$3. a. h'(-4) = -4$$

$$b. y = 2x - 2$$

Bonus 1 : Approchées

Bonus 2 : Descartes, XVII

Bonus 3 : « S'il n'y a pas de solution, il n'y a pas de problème. »